



ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL
LITORAL

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y
MATEMÁTICAS

DEPARTAMENTO DE FÍSICA

SEGUNDA EVALUACION DE FÍSICA C

AGOSTO 26 DEL 2013



COMPROMISO DE HONOR

Yo, _____ al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar una calculadora ordinaria para cálculos aritméticos, un lápiz o esferográfico; que solo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con algún otro material que se encuentre acompañándolo. No debo además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

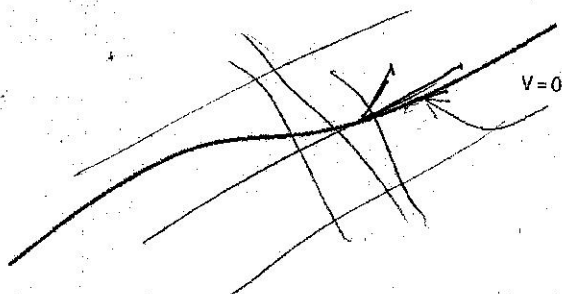
Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.

Firma _____

NÚMERO DE MATRÍCULA: _____ PARALELO: _____

NOTA: _____

1. Nos dicen que el potencial eléctrico a lo largo de la trayectoria indicada en la figura es cero. ¿Qué puede decir respecto a la magnitud y dirección del campo eléctrico a lo largo de la trayectoria indicada? (3 puntos)

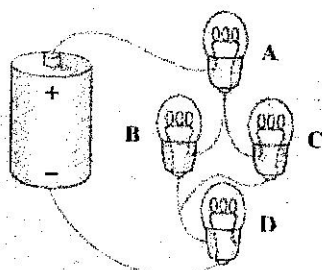


1. que la componente del campo eléctrico a lo largo de la trayectoria es CERO

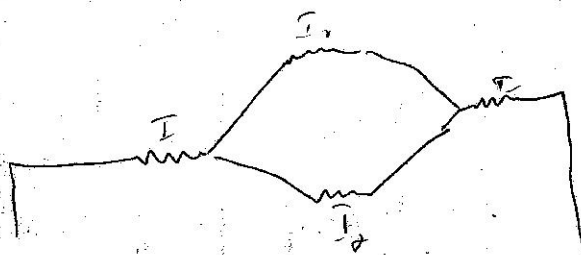
2. NO se puede afirmar nada respecto a la magnitud del campo

3. De existir un campo en un punto a lo largo de la trayectoria, este debe ser perpendicular. _____

2. Clasifique los bombillos idénticos del circuito adjunto de acuerdo a su brillo, del más brillante al más tenue (puede haber empates). El brillo del foco es proporcional a la potencia disipada. (3 puntos)



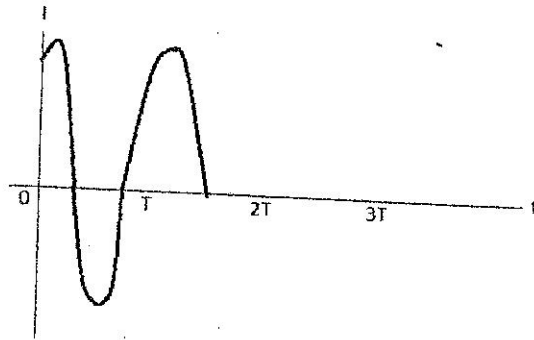
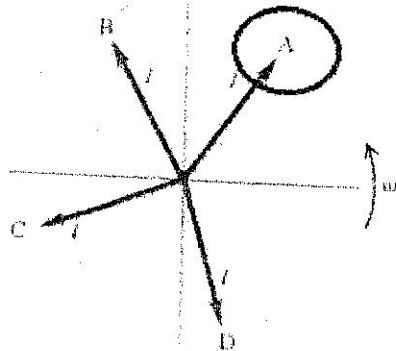
$A=D>C=B$



$P = I^2 R$

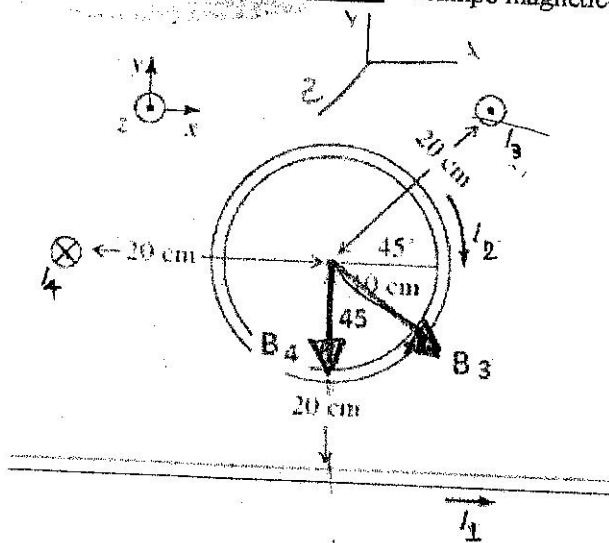
$A=D>B=C$

3. La figura de abajo a la izquierda muestra cuatro fasores de corrientes con la misma frecuencia angular ω . En el instante indicado ($t=0$), ¿cuál fasor corresponde a una corriente positiva que se está haciendo más positiva? grafique la función en el plano de la derecha. (3 puntos)



4. Se dispone de un lazo circular de radio 10 cm y tres alambres rectos largos que llevan corrientes $I_1=90\text{A}$, $I_2=60\text{A}$, $I_3=40\text{A}$ y $I_4=80\text{A}$, tal como se muestra en la gráfica adjunta. Cada alambre recto está a 20 cm del centro del lazo. (5 puntos)

Determinar la componente en "y" del campo magnético resultante en el centro del lazo.



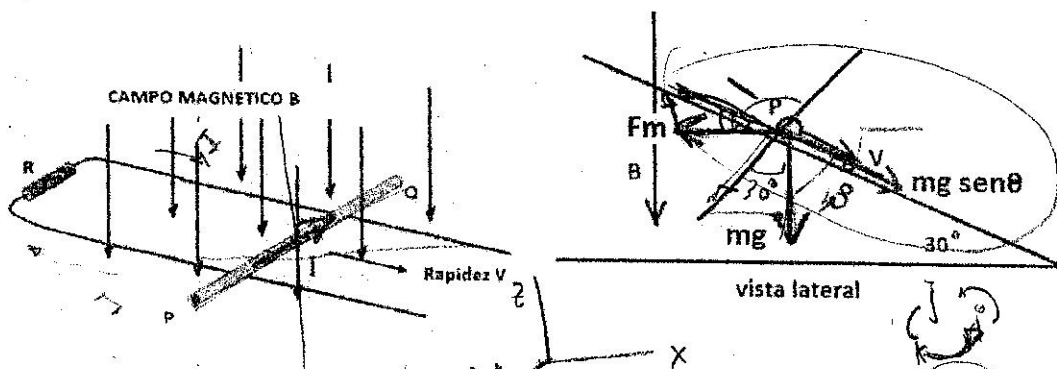
Sólo las corrientes I_3 e I_4 contribuyen con campo en dirección "y"

$$B_y = B_4 + B_3 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$

$$B_y = \frac{\mu_o}{2\pi r} \left(I_4 + I_3 \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = 10^{-6} (80 + 20\sqrt{2})$$

$$B_y = 1.08 \times 10^{-4} \text{ T} (-j)$$

5. Una barra conductora (P-Q) de resistencia despreciable, se desliza sobre un riel sin fricción y de resistencia R, el que se encuentra inmerso en un campo B constante y uniforme. El riel se encuentra inclinado un ángulo de 30 grados como se indica en la figura. Determine:



- a) La dirección de la corriente inducida en la barra. (indíquelo en la figura). (2 puntos)

$-(\vec{v} \times \vec{B}) = \odot$ hacia dentro

En sentido
ANTICLOCKWISE
desde arriba

- b) La velocidad máxima (terminal) que alcanza la barra. (5 puntos)

$$F_m \cos \theta = mg \sin \theta$$

$$mg \sin \theta = F_m \cos \theta$$

$$mg \tan \theta = I l B, \dots I = \frac{\varepsilon}{R}, \dots \boxed{\varepsilon = v l B \cos \theta}$$

$$v = \frac{mg R \tan \theta}{l^2 B^2 \cos \theta}$$

$$I l B = mg \tan \theta$$

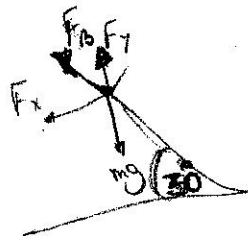
$$\frac{\varepsilon}{R} l B = mg \tan \theta$$

- c) La rapidez con que la resistencia disipa energía. (4 puntos)

$$\varepsilon = v l B = \frac{mg R \tan \theta}{l B}$$

$$i = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{mg \tan \theta}{l B}$$

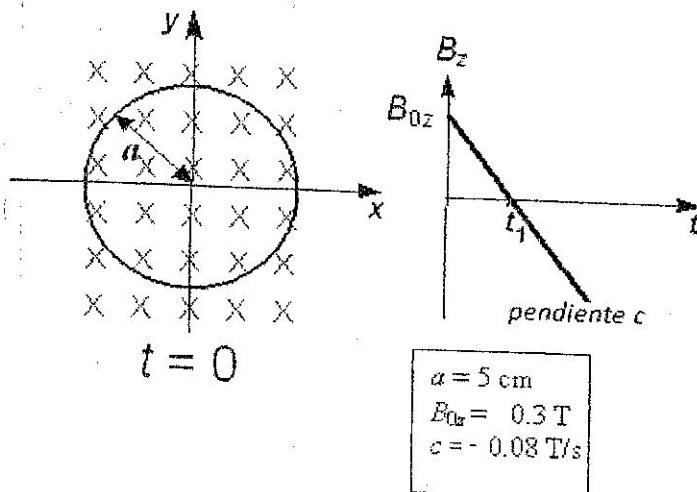
$$p = i^2 R = \frac{m^2 g^2 \tan^2 \theta R}{l^2 B^2}$$



$\sum F_y = 0$
 $F_m \sin \theta = mg$
 $F_m \cos \theta =$

- Un lazo circular de alambre de radio a se mantiene fijo en el plano xy como se muestra en la figura. El campo magnético en esta región se encuentra alineado con el eje z , la dirección positiva del eje z apunta hacia afuera de la página. La componente en z del campo magnético varía linealmente con el tiempo como $B_z(t) = B_{0z} - ct$, como se muestra en el gráfico. B_{0z} y c se dan en la figura. El gráfico de la izquierda muestra el campo a $t = 0$.

- a) ¿Cuál es la dirección de la corriente inducida en el lazo en el instante $t = t_1$ cuando B_z es cero? Explique su respuesta..... (2 puntos)



El flujo disminuye hacia adentro, en consecuencia el flujo inducido en la espira DEBE aparecer sumándose al flujo externo, la corriente inducida en la espira aparece en sentido HORARIO

- b) Calcule la magnitud de la FEM inducida en el lazo en el instante $t = 4 \text{ s}$. (5 puntos)

$$\Phi(t) = AB = A(B_{0z} - ct)$$

$$|\varepsilon| = \frac{d\Phi}{dt} = Ac$$

$$|\varepsilon| = \pi r^2 c = 6.28 \times 10^{-4} \text{ V}$$

$$\Phi_B = \oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = BA \cos \theta$$

$$\varepsilon = -N \frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\varepsilon = -\pi a^2 (-c)$$

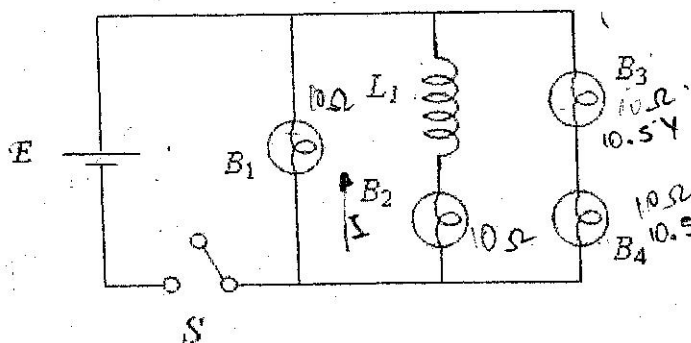
$$= c \pi a^2$$

$$\varepsilon = \left| \frac{d\Phi_B}{dt} \right| = \frac{BA}{dt} = \frac{A(B_{0z} - ct)}{dt} = Ac = (\pi r^2)(-0.08) = 6.28 \times 10^{-4} \text{ V}$$

$$\begin{aligned} \Phi_B &= B \cdot \vec{A} \\ &= \pi R^2 (B_{0z} - ct) \\ &= \pi a^2 (B_{0z} - ct) \end{aligned}$$

$$I = \frac{21}{20} = 1.05 A$$

7. Una batería ideal de 21 V es conectada a cuatro focos idénticos con la misma Resistencia de 10Ω y un inductor de 12 mH como se muestra abajo. El interruptor ha estado abierto por mucho tiempo antes de ser cerrado. El brillo del foco depende de la potencia que disipa.



$$E = 21 \text{ V}$$

$$L_1 = 12 \text{ mH}$$

Resistencia de cada foco = 10Ω

$$P = \frac{V^2}{R}$$

mayor V \Rightarrow mayor P

$$B_1 = B_2 = 21 \text{ V}$$

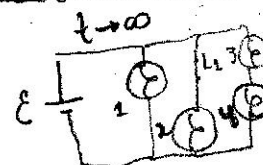
$$B_3 = B_4 = 10.5 \text{ V}$$

$$\Rightarrow B_1 = B_2 > B_3 = B_4$$

$$P = VI = \left(\frac{V}{2}\right)^2 \cdot 2R$$

- a) Después de que el interruptor ha estado cerrado por un tiempo muy largo, ¿cuál es el orden del brillo de los focos? (Ejemplo: $B_2 > B_1 > B_3 = B_4$) (3 puntos)

$$B_1 = B_2 > B_3 = B_4$$



- b) Después de que el interruptor ha estado cerrado por un tiempo muy largo, el interruptor se abre. ¿Cuál es la energía total que es finalmente disipada por los focos después de que el interruptor es reabierto? (5 puntos)

La energía que finalmente disipan las resistencias es la energía que ha almacenado la bobina.

$$U = \frac{1}{2} L I_a^2, \dots, I_a = \frac{\mathcal{E}}{R} = 2.1 A$$

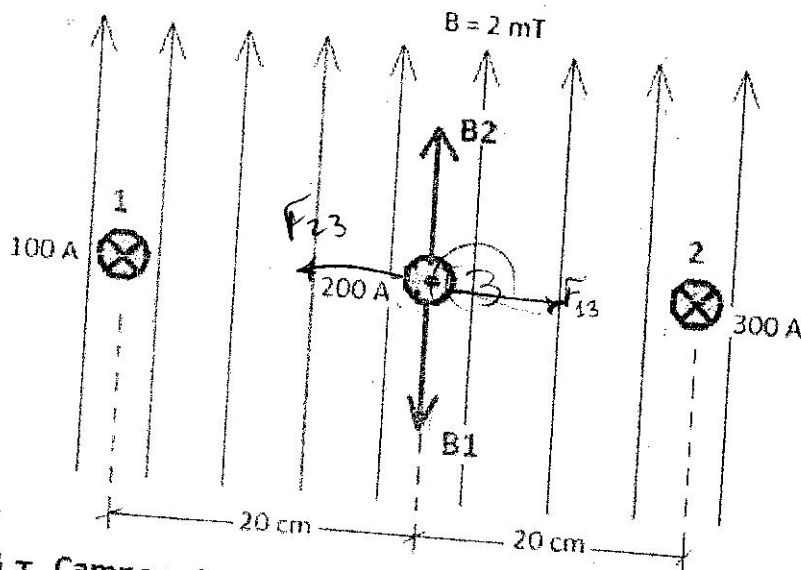
$$U = 2.64 \times 10^{-2} \text{ J}$$

$$U = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} (12 \times 10^{-3}) \left(\frac{\mathcal{E}}{R}\right)^2$$

$$U = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} (12 \times 10^{-3}) \left(\frac{21}{10}\right)^2$$

$$U = .64 \times 10^{-2} \text{ J}$$

8. Tres alambres paralelos y muy largos, separados una distancia de 20 cm, transportan corrientes de 100 A, 200 A y 300 A, perpendicular al papel y en las direcciones indicadas en la figura. Un campo magnético uniforme $B = 2 \text{ mT}$ apunta perpendicular a los alambres y en la dirección indicada. Determine la magnitud y dirección de la fuerza magnética por unidad de longitud que experimenta el alambre que transporta la corriente de 200 A. (5 puntos)



B_T Campo actuando sobre el alambre que transporta 200 A

$$B_T = B + B_2 - B_1$$

$$B_T = B + \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r} - \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r}, \dots, r = 0.2 \text{ m}$$

$$B_T = 2.2 \times 10^{-3} \text{ T (j)}$$

$$\vec{F} = I \vec{L} \times \vec{B}$$

$$\frac{\vec{F}}{L} = I B_T = 200 \times 1.8 \times 10^{-3} = 0.44 \text{ N/m} (-i)$$

$$F_{23} \leftarrow \odot \rightarrow F_{13}$$

$$\frac{F_N}{L} = \frac{F_{13}}{L} - \frac{F_{23}}{L} = \frac{\mu_0 I_1 I_3}{2\pi r} - \frac{\mu_0 I_2 I_3}{2\pi r} = \frac{\mu_0 I_3}{2\pi r} (I_1 - I_2)$$

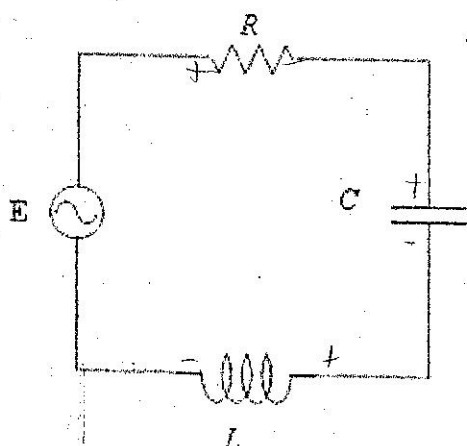
$$\frac{F_N}{L} = \frac{(4\pi \times 10^{-7}) (200)}{2\pi (0.2)} (100 - 300) = -0.04$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{F_N}{L} = 0.04 \frac{\text{N}}{\text{m}}} \text{ en dirección hacia la izquierda}$$

9. El circuito LRC de la figura es conectado en serie a una fuente de voltaje alterno que tiene una frecuencia de 145 MHz. Los valores de L, R, C, y el voltaje de la fuente se dan en la figura

$$145 \times 10^6 \text{ Hz}$$

- a) ¿Cuál es el ángulo de fase, Φ , entre la fuente y la corriente del circuito? (4 puntos)



$$\begin{aligned} R &= 33 \text{ k}\Omega \\ C &= 2.2 \text{ pF} \\ L &= 10 \text{ }\mu\text{H} \\ E_{\text{rms}} &= 24 \text{ V} \end{aligned}$$

$$X_L = \omega L = 9110 \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = 499 \Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = 34105 \Omega$$

$$\cos \phi = \frac{R}{Z} \Rightarrow \phi = 14.6^\circ$$

$$\phi = \frac{L}{C}$$

- b) Si la capacitancia, C, se disminuye (mientras que los otros valores se mantienen). Explique qué sucede con el valor del ángulo de fase, Φ . (3 puntos)

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

Si la capacitancia disminuye, aumenta la reactancia capacitiva, en consecuencia disminuye el ángulo de fase

- c) Si la resistencia, R, se disminuye (mientras que los otros valores se mantienen). Explique qué sucede con la corriente máxima del circuito, I_{max} . (3 puntos)

Si R disminuye, la impedancia disminuye, en consecuencia aumenta la corriente máxima.

$$\begin{aligned} V &= IZ \\ I &= \frac{V}{Z} \\ \text{Si } R \downarrow &\Rightarrow Z \downarrow \\ &\Rightarrow I \text{ aumenta} \end{aligned}$$

- d) ¿Cuál es el voltaje máximo, $V_{R, \text{max}}$, a través del resistor $R = 33 \text{ k}\Omega$ cuando la frecuencia de la fuente se cambia a la frecuencia de resonancia del circuito? (5 puntos)

A la frecuencia de resonancia: $X_L = X_C$

$$V_L = V_C \Rightarrow V_{\text{fuente}} = V_R$$

$$V_{R(\text{maximo})} = \frac{V_{\text{rms}}}{0.707} = 33.9 \text{ V}$$

$$V_{\text{rms}} = \frac{V_{\text{max}}}{\sqrt{2}}$$

$$V_{\text{max}} = V_{\text{rms}} \sqrt{2}$$

$$\begin{aligned} X_L &= X_C \\ \omega L &= \frac{1}{\omega C} \\ \omega &= \sqrt{\frac{1}{LC}} \end{aligned}$$



ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

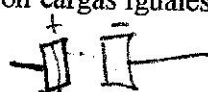
SEGUNDA EVALUACIÓN DE FÍSICA C
ENERO 28 DE 2013



SOLUCIÓN

Primera parte: preguntas de opción múltiple (3 puntos c/u)

- 1) ¿En qué punto entre un par de placas paralelas cargadas con cargas iguales y opuestas será el campo eléctrico más intenso?
- a) entre las placas.
b) cerca de la placa positiva.
c) cerca de la placa negativa.
d) el campo eléctrico es constante entre las placas. ✓
e) el campo eléctrico es variable, por lo tanto, el punto donde es más intenso también varía.



- 2) A medida que una batería envejece, aumenta su resistencia interna. Esto hace que la corriente en el circuito externo
- a) no cambie
b) se polarice
c) invierta la dirección.
d) aumente
e) disminuya ✓

$$V = IR$$

$$\downarrow I = \frac{V}{R}$$

- 3) Una partícula cargada que se mueve a través de un campo magnético va a experimentar la máxima fuerza cuando
- a) se mueve paralela al campo magnético.
b) se mueve en contra del campo magnético.
c) se mueve en un ángulo de 45° con respecto al campo magnético.
d) se mueve en un ángulo de 90° con respecto al campo magnético. ✓
e) la partícula no se verá afectada por el campo magnético.

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

$$F = q|v||B|\sin\theta$$

$$\theta = 90^\circ \Rightarrow F_{\max}$$

$$\Rightarrow \boxed{F = qvB}$$

Las preguntas 4 y 5 se refieren al siguiente diagrama, que muestra partículas atómicas que se mueven a través de un campo magnético.



Un haz de electrones es desviado en el campo magnético producido por el imán que se muestra. Los electrones que han pasado a través del campo golpean la pantalla en el punto P.

4. ¿En cuál de los puntos mostrados un flujo de neutrones golpearía la pantalla?

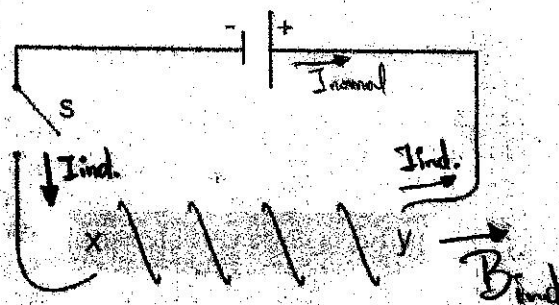
- a) A
- b) B ✓
- c) C
- d) D

5. ¿En cuál de los puntos mostrados un flujo de protones golpearía la pantalla?

- a) A
- b) B
- c) C ✓
- d) D

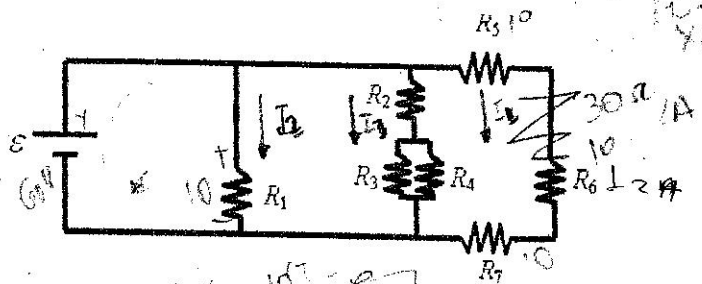
6. Con base en el diagrama adjunto, ¿cuál de las siguientes afirmaciones describe las cantidades inducidas en el núcleo de hierro cuando se cierra el interruptor S?

- a) Las líneas de campo salen del lado y. ✓
- b) Las líneas de campo salen del lado x.
- c) El lado y se convierte en un polo sur magnético.
- d) El lado x se convierte en un polo norte magnético.
- e) El campo eléctrico cancela el campo magnético.



Problema 1 (8 puntos)

En el circuito mostrado en la figura, todos los resistores tienen una resistencia de $10\ \Omega$ y la corriente que circula en la resistencia R_6 es de 2 A . Determine:



- a) La diferencia de potencial de la fuente, ε . (4 puntos)

R_5 , R_6 y R_7 están en serie (circula la misma corriente por todas ellas) y se encuentran en paralelo con la fuente.

La diferencia de potencial de la fuente será:

$$\varepsilon = (2\text{ A})(10\ \Omega + 10\ \Omega + 10\ \Omega) = 60\text{ V}$$

- b) El valor de la corriente que maneja la fuente. (4 puntos)

R_1 está en paralelo con la fuente, por ella fluye una corriente $I_1 = 60/10 = 6\text{ A}$

R_3 y R_4 están en paralelo entre ellas y en serie con R_2 . El conjunto está en paralelo con la fuente. La resistencia equivalente, de este segmento sería $15\ \Omega$.

A través de ellas fluye una corriente $I_3 = 60/15 = 4\text{ A}$



La corriente total que entrega la fuente, de acuerdo a la primera regla de Kirchhoff, es:

$$I = \frac{60}{15} = 4\text{ A}$$

$$I_e = 2\text{ A} + 6\text{ A} + 4\text{ A} = 12\text{ A}$$

Problema 2 (12 puntos)

Los capacitores del circuito mostrado, de $20 \mu\text{F}$, están inicialmente descargados. Los focos (A, B, C, D, E, F) son idénticos y de 10Ω de resistencia. Los dispositivos se encuentran conectados a una fuente de 12 V . Al instante $t = 0$ se cierra el interruptor S. Determine:

- a) La corriente que circula por la fuente en el instante de cerrar el interruptor (4 puntos)

En $t = 0$ los capacitores lucen como cortocircuitos. Los focos A y B están en paralelo, los focos C, D y E también están en paralelo y ambos equivalentes están en serie con el foco F.

La resistencia equivalente sería $10/2 \Omega + 10/3 \Omega + 10 \Omega = 55/3 \Omega \approx 18.3 \Omega$.

La corriente inicial es $I = 12 \text{ V} / 18.3 \Omega = 655 \text{ mA}$

- b) La energía máxima que almacenan los capacitores (4 puntos)

Cuando $t \rightarrow \infty$ ($\approx 5\tau$) los capacitores lucen como circuitos abiertos y están en paralelo con el foco C.

La resistencia equivalente sería $10/2 \Omega + 10 \Omega + 10 \Omega = 25 \Omega$.

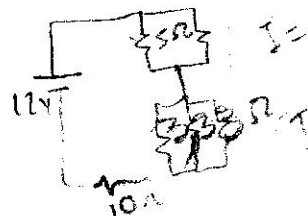
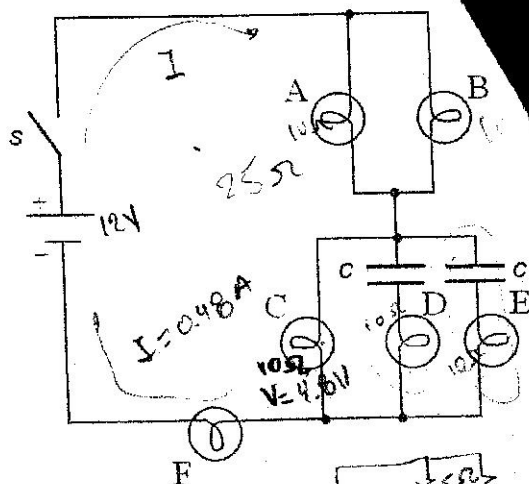
La corriente final es $I = 12 \text{ V} / 25 \Omega = 480 \text{ mA} = 0.48 \text{ A}$

El voltaje del foco C (y por tanto, de los capacitores) es $(480 \text{ mA})(10 \Omega) = 4.8 \text{ V}$

Cada capacitor almacena una energía igual a $\frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}(20 \mu\text{F})(4.8)^2 = 230.4 \mu\text{J}$

- c) Describa el brillo del foco F, desde el instante en que se cierra el interruptor hasta que los capacitores se cargan completamente. (4 puntos)

En $t = 0$ fluye la máxima corriente y el foco F tendrá su máximo brillo. A medida que transcurre el tiempo, la resistencia del circuito aumenta y la corriente empieza a disminuir con lo que el foco F irá disminuyendo su brillo.



$$V_C = V_{\text{capacitor}} = 4.8 \text{ V}$$

$$\Rightarrow U = \frac{1}{2} CV^2 = 230.4 \mu\text{J}$$

$$U = 230.4 \mu\text{J}$$

$$U = IR \quad t = 0$$

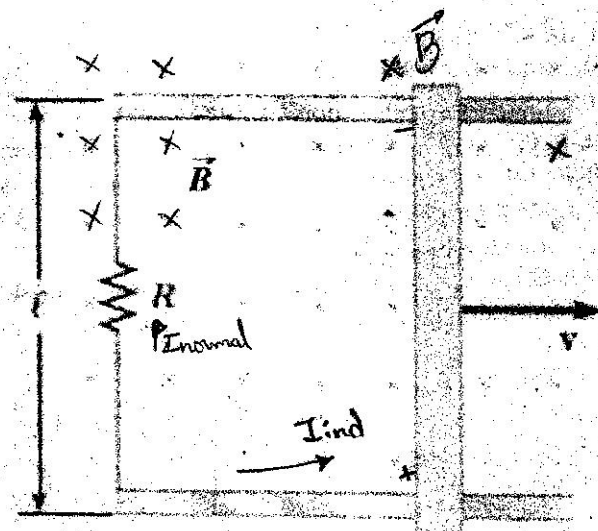
$$I_{\text{max}}$$

Respuesta... $t = \infty$; d

$$I \text{ disminuye}; R = \frac{V}{I} \therefore R \uparrow$$

Problema 3 (5 puntos)

Una barra conductora de 30 cm de longitud y resistencia despreciable, se mueve sobre un conductor en forma de U, como se indica en la figura. Determine la rapidez v con que se debería mover la barra, en forma perpendicular a un campo magnético de 0.5 T, para que la potencia disipada en el resistor de 20Ω sea de 20 W.



$$P = vI = 20$$

$$I^2 R = 20$$

$$I = \sqrt{\frac{20}{20}} = 1 \text{ A}$$

$$\mathcal{E} = IR = 20 \text{ V}$$

Sobre la barra se induce una fuerza electromotriz ($\mathcal{E} = Blv$) que produce una corriente ($i = \mathcal{E}/R$) en el conductor mostrado.

La potencia disipada en el resistor es:

$$P = i^2 R = (\mathcal{E}/R)^2 R = B^2 l^2 v^2 / R$$

$$v = \frac{\sqrt{PR}}{Bl} = \frac{\sqrt{(20 \text{ W})(20 \Omega)}}{(0.5 \text{ T})(0.30 \text{ m})}$$

$$v = 133.3 \text{ m/s}$$

Fuerza electrodinámica

$$\mathcal{E} = Blv$$

$$v = \frac{\mathcal{E}}{Bl}$$

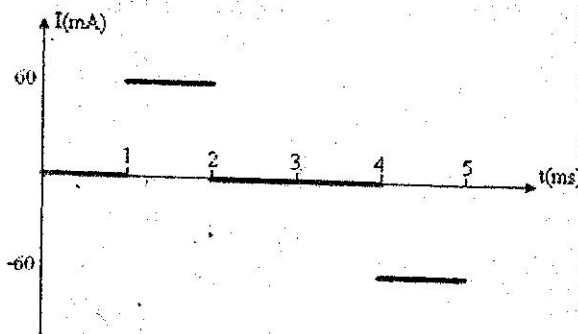
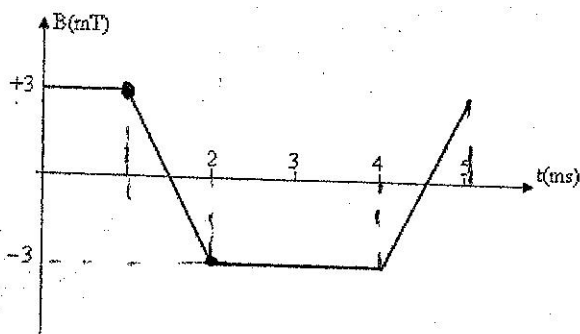
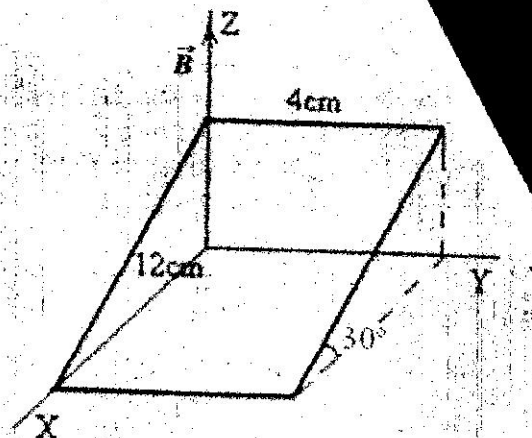
$$v = \frac{20}{(0.5)(0.3)}$$

$$v = 133.33 \text{ m/s}$$

Problema 4 (5 puntos)

Una bobina formada por 120 espiras rectangulares apretadas, de dimensiones 4 cm y 12 cm, está situada en un plano que forma 30° con el plano XY. La bobina tiene una resistencia de 50Ω y está en una región en la que existe un campo magnético paralelo al eje Z que varía entre -3 mT y 3 mT de la forma indicada en la figura inferior.

Hacer un gráfico de la intensidad de la corriente inducida en función del tiempo para cada uno de los intervalos de tiempo: 0-1, 1-2, 2-4, 4-5 ms.



El flujo magnético sobre la espira (campo magnético uniforme pero no constante) es: $\Phi = NBA \cos \theta$

La fem inducida es: $\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -N A \cos \theta \frac{dB}{dt}$ y la corriente inducida: $i = \varepsilon / R = -\frac{N A \cos \theta}{R} \frac{dB}{dt}$

De $t = 0$ a $t = 1 \text{ ms}$: B es constante, $\varepsilon = 0$, $i = 0$

De $t = 1 \text{ ms}$ a $t = 2 \text{ ms}$: B disminuye, $dB/dt = -6$, $i = 60 \text{ mA}$

De $t = 2 \text{ ms}$ a $t = 4 \text{ ms}$: B es constante, $\varepsilon = 0$, $i = 0$

De $t = 4 \text{ ms}$ a $t = 5 \text{ ms}$: B aumenta, $dB/dt = 6$, $i = -60 \text{ mA}$

$$i = \frac{(120)}{50} (-6) \text{ Wb } 30$$

$$y - y_0 = m(x - x_0) + b \quad \begin{matrix} P_1(1, 3) \\ P_2(2, 3) \end{matrix}$$

$$y - 3 = \frac{-3 - 3}{2 - 1} (x - 1) + b$$

$$y - 3 = \frac{-6}{1} (x - 1) + b$$

$$y = -6x + 6 + 3 + b$$

$$y = -6x + 9 + b$$

$$-3 = -12 + 9 + b$$

$$y = -6x + 9$$

$$y = -6x$$

$$y = -6x + 9$$

$$(y - y_0) = m(x - x_0) + b$$

$$y = -6x + 9 + b$$

$$y = -12 + 9 + b$$

$$y - y_0 = m(x - x_0) + b$$

$$y - 3 = -6(x - 1) + b$$

$$y = -6x + 6 + 3 + b$$

$$y = -6x + 9 + b$$

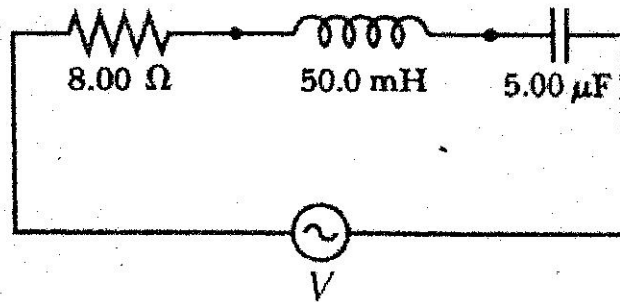
$$-3 = -12 + 9 + b$$

$$b = -6$$

$$b = -6$$

Problema 5 (12 puntos)

Una fuente de frecuencia variable aplica una tensión de 400 V (rms) al circuito RLC mostrado en la figura. Si la frecuencia de oscilación es igual a la mitad de la frecuencia de resonancia, determine:



- a) La impedancia del circuito (4 puntos)

La frecuencia de resonancia $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 2000 \text{ rad/s}$ es:

La frecuencia de oscilación será: $\omega = \omega_0/2 = 1000 \text{ rad/s}$

La impedancia del circuito $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = 150.2 \Omega$ es:

Handwritten notes:

$$\frac{1}{\omega C} = \frac{1}{1000 \times 5 \times 10^{-6}} = 200$$

$$\frac{1}{LC} = \omega_0^2 = 4 \times 10^6$$

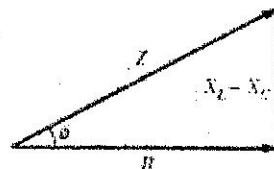
$$\sqrt{\frac{1}{4 \times 10^6}} = 1$$

- b) La corriente (rms) en el circuito (2 puntos)

$$I_{rms} = \frac{V_{rms}}{Z} = 2.66 \text{ A}$$

- c) El factor de potencia del circuito (4 puntos)

$$\text{factor de potencia} = \cos\phi = \frac{R}{Z} = 0.053$$



- d) La potencia promedio entregada al circuito (2 puntos)

$$P = V_{rms} I_{rms} \cos\phi = 56.4 \text{ W}$$



ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
INSTITUTO DE CIENCIAS FÍSICAS
I TÉRMINO 2012-2013
FÍSICA C
Tercera evaluación



SOLUCIÓN

Pregunta 1 (5 puntos)

Una esfera conductora con radio interior de 7 cm y radio exterior de 8 cm tiene una carga neta de $-5 \mu\text{C}$. Una carga puntual de $-7 \mu\text{C}$ está situada en el centro de esta esfera. ¿Cuál es la carga en la superficie exterior de la esfera? Explique su razonamiento

La carga neta sobre una esfera conductora, en equilibrio electrostático, reside en su superficie externa. La carga puntual induce una carga de $+7 \mu\text{C}$ en la superficie interna y una carga de $-7 \mu\text{C}$ en la superficie externa, que combinada con la carga de $-5 \mu\text{C}$ que ésta tiene, produce una carga total de $-12 \mu\text{C}$ en dicha región.

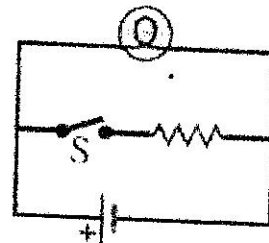
Pregunta 2 (5 puntos)

Un campo eléctrico uniforme, dado por $E = 200 \hat{j} \text{ N/C}$, existe en una cierta región del espacio. ¿Cuál es el flujo eléctrico a través de un cuadrado de área $A = 0.04 \hat{i} \text{ m}^2$ ubicado en este campo? Explique su razonamiento.

$\Phi_E = \int \vec{E} \cdot d\vec{A} = 0$, pues el campo eléctrico es perpendicular al área.

Pregunta 3 (5 puntos)

Una batería real con resistencia interna que no es despreciable se conecta a través de una bombilla, como se indica en la figura. Cuando se cierra el interruptor S, ¿la luminosidad de la bombilla aumenta, disminuye o permanece igual? ¿Por qué?



El voltaje en la bombilla es $V = \varepsilon - rI$, donde ε es la fem de la batería y r la resistencia interna de la batería. Al cerrar el interruptor S, la resistencia total del circuito disminuye y la corriente I aumenta. Por tanto, el voltaje en la bombilla disminuye y su luminosidad disminuye.

Pregunta 4 (5 puntos)

Demuestre que la cantidad $\sqrt{L/C}$ tiene unidades de resistencia.

$$1 \text{ H} = 1 \text{ Wb/A} = 1 \text{ Tm}^2/\text{A} = 1 \text{ Nm/A}^2 = 1 \text{ J/A}^2 = 1 (\text{J/AC})\text{s} = 1 (\text{V/A})\text{s} = 1 \Omega \cdot \text{s}$$

$$\left[\frac{L}{C} \right] = \frac{H}{F} = \frac{\Omega \cdot \text{s}}{\text{C/V}} = \frac{\Omega \cdot \text{V}}{\text{A}} = \Omega^2 \Rightarrow \left[\sqrt{\frac{L}{C}} \right] = \Omega$$

$$P = VI$$

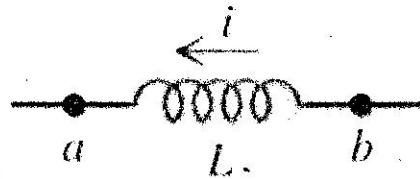
$$U = \frac{1}{2} L I^2$$

$$H = \frac{U}{A^2} = \frac{\text{Nm}}{\text{A}}$$

$$\frac{H}{F} = \frac{\frac{\text{H} \cdot \text{V}}{\text{C}}}{\frac{\text{H} \cdot \text{A} \cdot \Omega}{\text{C}}} = \frac{\text{V}}{\text{A} \cdot \Omega} = \frac{\Omega}{\text{A}^2 \cdot \Omega} = \frac{1}{\text{A}^2}$$

Pregunta 5 (5 puntos)

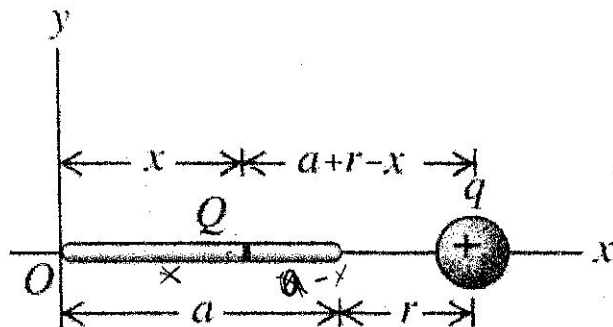
El inductor de la figura conduce una corriente i en el sentido que se ilustra, la cual disminuye a una tasa uniforme. ¿Cuál extremo del inductor, a o b , está a un mayor potencial? Explique su razonamiento.



El terminal a está a un potencial más alto ya que el inductor empuja la corriente a través de ella desde b hacia a y si se sustituye por una batería tendría el terminal positivo en a .

Problema 1 (15 puntos)

La carga positiva Q está distribuida uniformemente a lo largo del eje de las x desde $x = 0$ a $x = a$. Hay una carga puntual q situada sobre el eje de las x , a una distancia r a la derecha del extremo de Q . Calcule la fuerza (magnitud y dirección) que la distribución de carga Q ejerce sobre q .



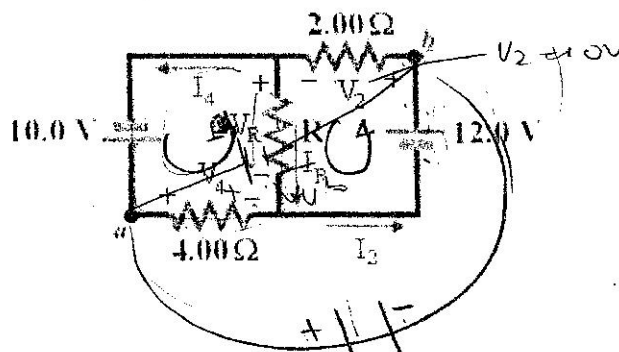
Sobre el eje x :

$$dE_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{(a+r-x)^2} \Rightarrow E_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^a \frac{Qdx}{a(a+r-x)^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{a} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{a+r} \right)$$

$$E_y = 0.$$

$$\Rightarrow \vec{F} = q\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{a} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{a+r} \right) \hat{i}$$

En el circuito mostrado en la figura, se sabe que $V_{ab} = 0$. Determine:



- Para que $V_{ab} = 0$, de acuerdo a la segunda regla de Kirchhoff, se requiere que $V_2 = 10.0$ V y que $V_4 = 12$ V.

De la ley de Ohm se obtiene que $I_4 = 12.0/4.00 = 3.00 \text{ A}$ e $I_2 = 10.0/2.00 = 5.00 \text{ A}$.

$$\Rightarrow R = V_R / I_R = 1.00 \, \Omega \quad R = \frac{2}{2} = 1$$

- $$P = I_R^2 R = 4.00 \text{ W}$$

$$I_H = \frac{12}{4} = 3$$

$$I_2 = \frac{12}{2} = 6$$

$$I_R = \frac{2}{R}$$

$$I_R = I_1 + I_2$$

$$I_R = -14$$

$$\textcircled{I} \quad \cancel{10 - 4I_1} + \cancel{4I_1/R} = 0$$

$$\textcircled{\text{II}} \quad 2I_2 - I_2 + I_2 = 0$$

$$2I_2 - 4I_1 = -22$$

$$I_2 - 2I_1 = -11$$

$$I_L = -11 + 2 I_L$$

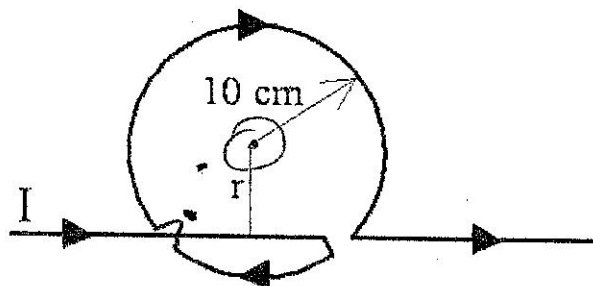
$$\cancel{10} - 4 I_1 + \cancel{I_1} / 11 + \cancel{2 I_1} = 0$$

$$I_1 = -1$$

$$I_2 = -13$$

Problema 3 (15 puntos)

Un conductor recto infinitamente largo se dobla en la forma indicada en la figura. La porción circular tiene un radio de 10 cm con su centro a la distancia r de la parte recta. De modo que el campo magnético en el centro de la porción circular sea cero. Determinar el valor de r .



El campo magnético creado por un alambre infinito a una distancia r perpendicular al mismo está dado por

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

Dirigido hacia afuera de la hoja, de acuerdo a la regla de la mano derecha.

El campo magnético creado por una espira circular, de radio R , en su centro está dado por

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

Dirigido hacia adentro de la hoja, de acuerdo a la regla de la mano derecha.

Para que el campo magnético en el centro de la porción circular sea cero se requiere que

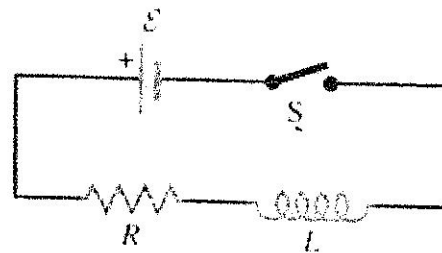
$$B_1 = B_2$$

$$\frac{\mu_0 I}{2\pi r} = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

$$r = R/\pi = 3.18 \text{ cm}$$

Problema 4 (15 puntos)

Un inductor y un resistor están conectados a las terminales de una batería que tiene una fem de 12.0 V y resistencia interna insignificante. Inicialmente el inductor está completamente descargado y el interruptor se cierra en $t = 0$. La corriente es de 4.86 mA a 0.725 ms después de completar la conexión. Transcurrido un tiempo largo, la corriente es de 6.45 mA. Determine



a) la resistencia R del resistor (5 puntos)

$$R = \frac{V}{i_f} = \frac{12.0 \text{ V}}{6.45 \times 10^{-3} \text{ A}} = 1860 \, \Omega$$

b) la inductancia L del inductor (5 puntos)

$$i = i_f(1 - e^{-(R/L)t}) \Rightarrow \frac{Rt}{L} = -\ln(1 - i/i_f) \Rightarrow L = \frac{-Rt}{\ln(1 - i/i_f)}$$
$$\Rightarrow L = \frac{-(1860 \, \Omega)(7.25 \times 10^{-4} \text{ s})}{\ln(1 - (4.86/6.45))} = 0.963 \text{ H}$$

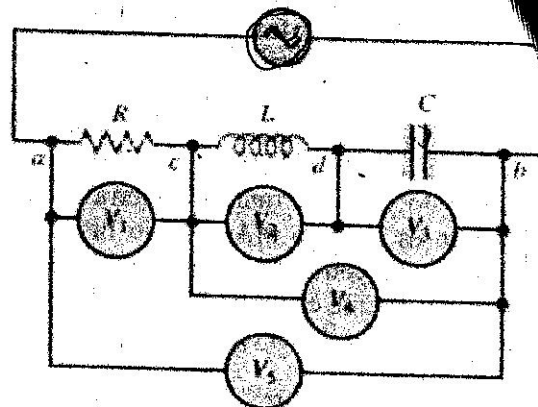
c) la corriente a través del inductor en $t = 1.250 \text{ ms}$ (5 puntos)

$$i = i_f(1 - e^{-(R/L)t}) = 5.87 \text{ mA}$$

Problema 5 (15 puntos)

Cinco voltímetros de impedancia infinita, calibrados para leer valores rms, están conectados como se ilustra en la figura. La fuente entrega una corriente rms de 60 mA. Sea $R = 300 \, \Omega$, $L = 600 \, \text{mH}$ y $C = 5.00 \, \mu\text{F}$.

a) ¿Cuál es la lectura de cada voltímetro si $\omega = 1000 \, \text{rad/s}$? (10 puntos)



$$V_1 = RI = 18 \, \text{V}$$

$$V_2 = X_L I = \omega LI = 36 \, \text{V}$$

$$V_3 = X_C I = I/\omega C = 12 \, \text{V}$$

$$V_4 = V_2 - V_3 = 24 \, \text{V}$$

$$V_5 = \sqrt{V_1^2 + V_4^2} = 30 \, \text{V}$$

$V_{\text{rms}} = I_{\text{rms}}$

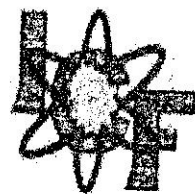
$V_5 =$

b) ¿Cuál es el factor de potencia del circuito? (5 puntos)

$$\text{factor de potencia} = \cos \phi = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} = \frac{300}{500}$$

$$\text{factor de potencia} = 0.60$$

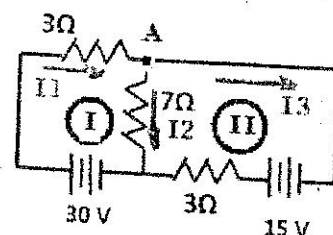
ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
INSTITUTO DE CIENCIAS FÍSICAS
I TÉRMINO 2011-2012
II EVALUACION DE FÍSICA C



Nombre: **SOLUCION II EVALUACION DE FÍSICA C** Paralelo: 29/08/2011
Atención: Todos los temas deben presentar su respectiva justificación y/o desarrollo, caso contrario no tendrán validez.

TEMA 1 (8 pts.)

En el circuito indicado calcular la potencia disipada en la resistencia de 7Ω .



Malla I

$$30 - 3I_1 - 7I_2 = 0$$

Malla II

$$15 - 3I_3 + 7I_2 = 0$$

Nodo A

$$I_1 = I_2 + I_3$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones se tiene:

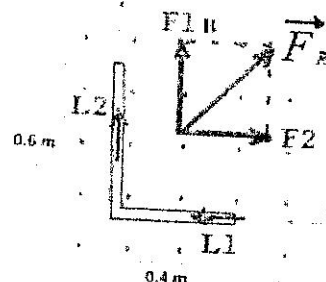
$$I_2 = 0.88A$$

Calculando la potencia en $R = 7\Omega$:

$$P_{R3} = I^2 R = (0.88A)^2 \times (7\Omega) = 5.45W$$

TEMA 2 (6 pts.)

Calcular la magnitud de la fuerza debido a la corriente de $0.50A$ que actúa sobre el conductor en "L", el mismo que se encuentra en un campo magnético de $0.70 T$, como se muestra en la figura adjunta.



$$\vec{F} = I\vec{L} \times \vec{B}$$

$$F_R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$$

$$F_R = \sqrt{(IL_2 B)^2 + (IL_1 B)^2}$$

$$F_R = IB \sqrt{L_1^2 + L_2^2}$$

$$F_R = 0.50 \times 0.70 \sqrt{0.4^2 + 0.6^2} = 0.25N$$

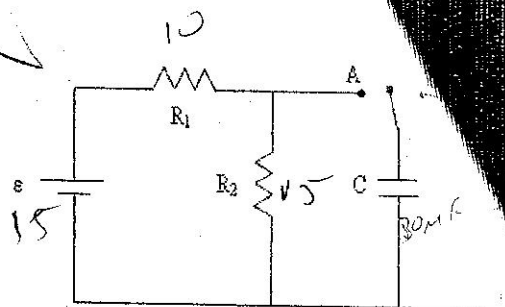
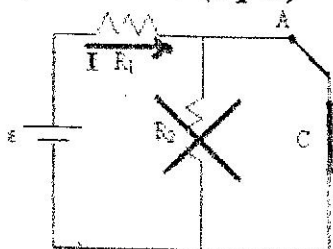
$$F_R = 0.25N$$

$F = qv \times B$

TEMA 3 (9 pts.)

Para la gráfica adjunta, el capacitor está inicialmente descargado y el interruptor se mueve a la posición A al instante $t = 0$.

- a) Calcular el valor de la corriente I_1 través del resistor R_1 en el instante que el interruptor se mueve a la posición A. (3 pts.)



A $t=0$, el capacitor se comporta como un corto, por tanto no pasa corriente por el resistor R_2 .

$$I_{R1} = \frac{\varepsilon}{R_1} = \frac{15V}{10\Omega} = 1.5A$$

- b) Determine la energía U almacenada en el capacitor después de que el interruptor ha estado en la posición A por un tiempo muy largo. (3 pts.)

Calculando el potencial del capacitor:

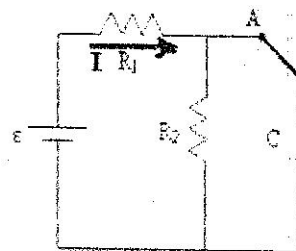
$$I = \frac{\varepsilon}{R_1 + R_2} = \frac{15V}{25\Omega} = 0.6A$$

$$V_C = V_{R2} = 0.6A \times 15\Omega = 9V$$

Calculando energía almacenada:

$$U = \frac{CV^2}{2} = \frac{(30 \times 10^{-6}F) \times (9V)^2}{2} = 1.2 \times 10^{-3}J$$

La diferencia de potencial en R_2 es igual a la diferencia de potencial en el capacitor.



- c) Finalmente el interruptor se mueve a la posición B. Después de que el interruptor se ha movido a la posición B, ¿cuánto tiempo le toma a la carga del capacitor reducirse a la mitad de su valor inicial? (3 pts.)

Calculando τ :

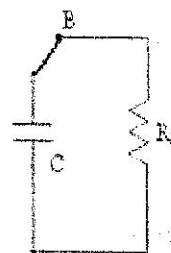
$$\tau = RC = (17\Omega \times 30 \times 10^{-6}F) = 5.1 \times 10^{-4}s$$

Calculando tiempo:

$$Q = Q_0 e^{-t/\tau} \Rightarrow \frac{Q_{\max}}{2} = Q_{\max} e^{-t/\tau} \Rightarrow \ln \frac{1}{2} = \ln e^{-t/\tau} \Rightarrow \ln 2 = \frac{t}{\tau}$$

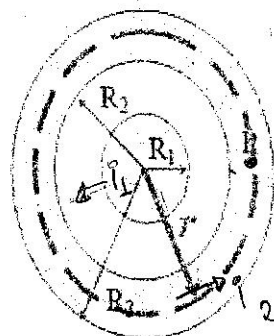
$$t = \tau \ln 2 = (5.1 \times 10^{-4}s) \times (\ln 2) = 3.5 \times 10^{-4}s$$

$$t = 3.5 \times 10^{-4}s$$



LA 4 (8 pts.)

Un cable coaxial infinitamente largo consiste de un cilindro conductor sólido de radio $R_1 = 1 \text{ mm}$ y un cilindro conductor hueco de radio interior $R_2 = 2 \text{ mm}$ y radio exterior $R_3 = 3 \text{ mm}$. El cable coaxial está alineado con el eje z , y centrado en $x = y = 0$. El conductor interior transporta una corriente uniformemente distribuida $I_1 = 2 \text{ A}$ en la dirección $+z$ (hacia afuera de la página) y el cascarón cilíndrico transporta una corriente uniformemente distribuida $I_2 = 5 \text{ A}$ en dirección $-z$ (hacia el interior de la página).



$R_1 = 1 \text{ mm}$
 $R_2 = 2 \text{ mm}$
 $R_3 = 3 \text{ mm}$

Se encuentra que el campo magnético en el punto P es 0. ¿Cuál es la distancia al punto P medida desde el centro del cable?

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{neta}} \Rightarrow B(2\pi r) = \mu_0 I_{\text{neta}} \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I_{\text{neta}}}{2\pi r}$$

En este caso la corriente neta está conformada por 2 corrientes: La corriente I_1 que lleva el conductor sólido y una parte de la corriente I_2 que circula por el conductor hueco. Entonces, para aplicar la Ley de Ampere se debe primero calcular la corriente neta que atraviesa la trayectoria escogida.

Calculando la corriente neta:

$$J = \frac{I}{A} \Rightarrow \frac{I_2}{A_r} = \frac{I^*}{A^*} \Rightarrow \frac{I_2}{\pi(R_3^2 - R_2^2)} = \frac{I^*}{\pi(r^2 - R_2^2)} \Rightarrow I^* = \frac{(r^2 - R_2^2)I_2}{(R_3^2 - R_2^2)}$$

$$\text{Donde: } I_{\text{neta}} = I_1 - I^* \Rightarrow \text{Entonces: } I_{\text{neta}} = I_1 - \frac{(r^2 - R_2^2)I_2}{(R_3^2 - R_2^2)} = 2 \text{ A} - \frac{(r^2 - 0.002^2) \times 5 \text{ A}}{(0.003^2 - 0.002^2)}$$

$$I_{\text{neta}} = 6 - 1000000 r^2$$

Entonces:

$$B = \frac{\mu_0 I_{\text{neta}}}{2\pi r} = \frac{\mu_0 (6 - 1000000 r^2)}{2\pi r} = 0 \Rightarrow r^2 = \frac{6}{1000000} \Rightarrow r = 2.45 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$r = 2.45 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$B(2\pi r) = \mu_0 (I_{\text{enc}}) \frac{I_{\text{neto}}}{A_{\text{neto}}}$$

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi r} \left(-3 \frac{(r^2 - (2 \times 10^{-3})^2)}{(R_3^2 - R_2^2)} \right)$$

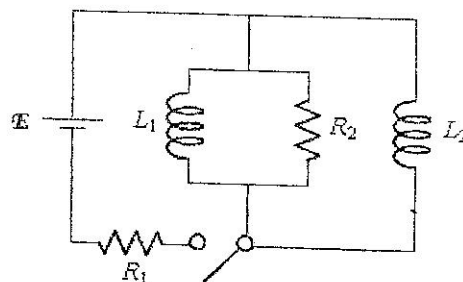
$$I_{\text{neto}} = I_1 - I$$

$$I_{\text{enc}} = I_1 \frac{I_{\text{neto}}}{A_{\text{neto}}} \cdot A_{\text{enc}}$$

$$= \frac{(2 - 5)}{(R_3^2 - R_2^2)} (r^2 - R_2^2)$$

TEMA 5 (6 pts.)

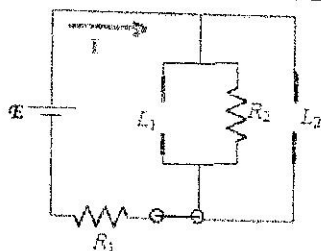
Una batería de voltaje constante es conectada a dos resistores (R_1 y R_2) y dos inductores idénticos de la manera como se indica en el gráfico adjunto. Inicialmente, no hay corrientes circulando en ninguna parte del circuito. Al instante $t = 0$, el interruptor del circuito se cierra.



$$\begin{aligned}\mathcal{E} &= 16\text{ V} \\ R_1 &= 6\ \Omega \\ R_2 &= 12\ \Omega \\ L_1 &= L_2 = 16\text{ mH}\end{aligned}$$

- a) Inmediatamente después de que el interruptor es cerrado, ¿cuál es el valor de la corriente I_{R1} a través del resistor R_1 ? (3 pts.)

A $t=0$, los inductores se comportan como un circuito abierto.



$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2} = \frac{16\text{ V}}{6\ \Omega + 12\ \Omega} = 0.89\text{ A}$$

$$I = 0.89\text{ A}$$

- b) Después de que el interruptor ha permanecido cerrado por un tiempo muy largo, ¿cuál es el valor de la energía total almacenada en los dos inductores? (3 pts.)

A tiempo infinito los inductores se comportan como un corto circuito.

Calculando la corriente que circula por la induc tancia equivalente:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_1} = \frac{16\text{ V}}{6\ \Omega} = 2.7\text{ A}$$

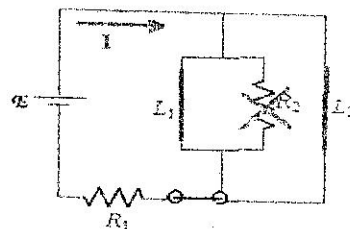
Calculando la induc tancia equivalente:

$$L_{eq} = \frac{L_1 \times L_2}{L_1 + L_2} = \frac{(16 \times 10^{-3}\text{ H})^2}{32 \times 10^{-3}\text{ H}} = 8 \times 10^{-3}\text{ H}$$

Calculando la energía total de los inductores:

$$U = \frac{(8 \times 10^{-3}\text{ H}) \times (2.7\text{ A})^2}{2} = 29 \times 10^{-3}\text{ J}$$

$$U = 29 \times 10^{-3}\text{ J}$$

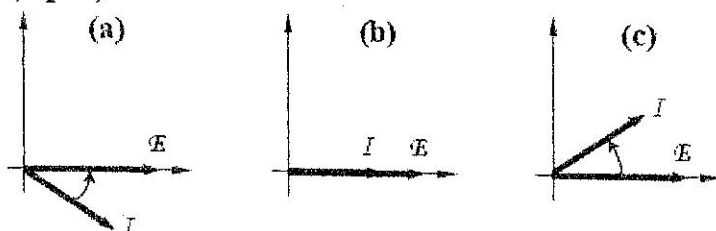


4.6 (10 pts.)

Del gráfico adjunto, responder:

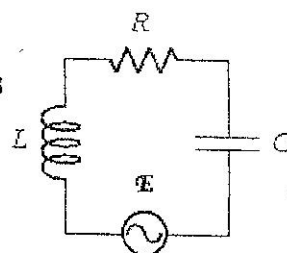
¿Cuál de los siguientes gráficos de fasores representa mejor el circuito adjunto? (explique su respuesta)

(1 pts.)



$$X_L = 2\pi fL = 2\pi \times 500 \text{ Hz} \times 25 \times 10^{-3} \text{ H} = 78.5 \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2\pi \times 500 \times 10 \times 10^{-6}} = 31.8 \Omega$$



$$R = 100 \Omega$$

$$L = 25 \text{ mH}$$

$$C = 10 \mu\text{F}$$

$$E = E_0 \sin \omega t$$

$$E_0 = 10 \text{ V}$$

$$\omega/2\pi = 500 \text{ Hz}$$

Debido a que la reactancia inductiva es mayor que la reactancia capacitiva, el circuito es más inductivo que capacitivo, entonces el voltaje del circuito adelanta a la corriente.

Respuesta: Opción (a)

b) ¿Cuál es la diferencia de fase, ϕ , entre el voltaje de entrada E y la corriente I en el circuito? (3 pts.)

$$\phi = \arctg \left[\frac{X_L - X_C}{R} \right] = \arctg \left[\frac{78.5 - 31.8}{100} \right] = 25^\circ \Rightarrow \phi = 25^\circ$$

c) La frecuencia del generador se cambia ahora a la frecuencia de resonancia del circuito (todos los demás parámetros dados permanecen iguales). ¿Cuál es el valor máximo del voltaje a través del inductor después de este cambio? (3 pts.)

Calculando ω de resonancia:

$$X_L = X_C \Rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{25 \times 10^{-3} \times 10 \times 10^{-6}}} = 2000 \text{ rad/s}$$

Calculando X_L :

$$X_L = \omega L = 2000 \times 25 \times 10^{-3} = 50 \Omega$$

Calculando I_0 :

$$I_0 = \frac{V_0}{R} = \frac{10 \text{ V}}{100 \Omega} = 0.1 \text{ A}$$

Calculando V_{LO} :

$$V_{LO} = I_0 X_L = 0.1 \text{ A} \times 50 \Omega = 5 \text{ V}$$

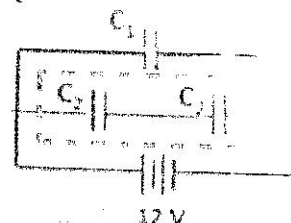
- d) Con el circuito en resonancia, ¿Cuál es la potencia promedio (\bar{P}) entregada por el generador? (3 pts.)

$$\bar{P} = V_{RMS} I_{RMS} \cos \phi = \frac{V_o I_o \cos \phi}{2} = \frac{10V \times 0.1A \times \cos 0}{2} = 0.5W$$

TEMA 7 (7 pts.)

Se disponen de 3 capacitores de placas paralelas tal como se muestra en la gráfica adjunta. Las placas de C_1 tienen un área de 1000cm^2 y están separadas 10cm. $C_2=20\text{pF}$ y $C_3=5\text{pF}$.

- a) Calcular la capacitancia de C_1 . (2 pts.)



$$C_1 = \frac{\epsilon_0 A}{d} = \frac{8.85 \times 10^{-12} \times 0.1}{0.1} = 8.85 \text{ pF} \Rightarrow C_1 = 8.85 \text{ pF}$$

- b) En C_3 se coloca un dieléctrico de $K=3$. Calcular la capacitancia equivalente C_{eq} después de introducir el dieléctrico. (2 pts.)

$$C_{3f} = kC_{3i} \Rightarrow C_{3f} = 3 \times 5 \text{ pF} = 15 \text{ pF} \Rightarrow C_{3f} = 15 \text{ pF}$$

$$C_{Eq1} = \frac{C_2 \times C_{3f}}{C_2 + C_{3f}} = \frac{20 \text{ pF} \times 15 \text{ pF}}{20 \text{ pF} + 15 \text{ pF}} = 8.57 \text{ pF}$$

$$C_{EqTotal} = C_1 + C_{Eq1} = 8.85 \text{ pF} + 8.57 \text{ pF} = 9.5 \text{ pF} \Rightarrow C_{EqTotal} = 17.42 \text{ pF}$$

- c) Calcular la C_{eq} antes de introducir el dieléctrico. (2 pts.)

$$C_{Eq1} = \frac{C_2 \times C_3}{C_2 + C_3} = \frac{20 \text{ pF} \times 5 \text{ pF}}{20 \text{ pF} + 5 \text{ pF}} = 4 \text{ pF}$$

$$C_{EqTotal} = C_1 + C_{Eq1} = 8.85 \text{ pF} + 4 \text{ pF} = 4.9 \text{ pF} \Rightarrow C_{EqTotal} = 12.85 \text{ pF}$$

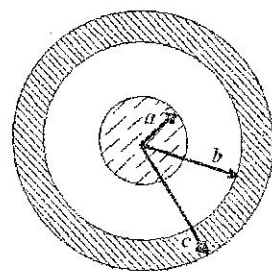
- d) La energía del capacitor C_3 es: (1 pts.)

- I. Mayor que con el dieléctrico
- II. Menor que con el dieléctrico
- III. Igual que con el dieléctrico

$$U = \frac{Q^2}{2C}$$

Al colocar el dieléctrico la capacitancia equivalente entre C_2 y C_3 aumenta, por tanto también aumenta la carga equivalente entre ellos (que es la misma para los dos capacitores en serie). Entonces debido a que la energía es directamente proporcional al cuadrado de la carga, la energía del capacitor con el dieléctrico es mayor que sin el dieléctrico.

3 (6 pts.)
 Una esfera NO conductora de radio "a" está colocada en el centro de una esfera conductora hueca cuyo radio interno es "b" y cuyo radio externo es "c", tal como se muestra en la gráfica adjunta. En la esfera interna está distribuida uniformemente una carga +Q (con una densidad de carga " ρ " en C/m³). La carga de la esfera externa es -Q. Calcular el campo eléctrico E_0 :

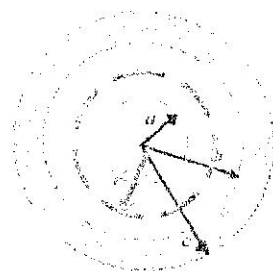


a) Entre la esfera interna y la externa ($a < r < b$) (3 pts.)

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{\text{neta}}}{\epsilon_0} \Rightarrow E (4\pi r^2) = \frac{Q}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 r^2}$$

$$\text{Debido a que } \rho = \frac{Q}{V} \Rightarrow Q = \frac{4\pi a^3 \rho}{3}$$

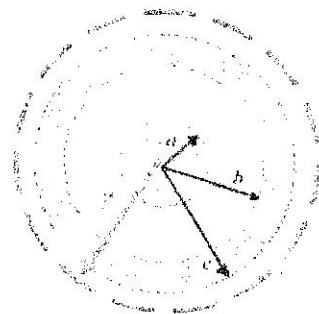
$$\text{Entonces: } E = \frac{\rho a^3}{3\epsilon_0 r^2}$$



b) Fuera de la esfera externa ($r > c$) (2 pts.)

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{\text{neta}}}{\epsilon_0} \text{ pero } Q_{\text{neta}} = 0$$

$$\text{Entonces: } E = 0$$



c) ¿Cuáles son las cargas sobre las superficies interna y externa de la esfera hueca? (1 pts.)

Debido a la carga +Q de la esfera NO conductora, se produce una redistribución de carga en el conductor hueco. De aquí que en la superficie interior de la esfera conductora se tiene una carga de -Q y en la superficie exterior del conductor hueco se tiene 0 coulomb. De esta forma la carga neta de la esfera conductora sigue siendo -Q.

$$Q_{r=b} = -Q$$

$$Q_{r=c} = 0$$



ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS

DEPARTAMENTO DE FÍSICA
TERCERA EVALUACION DE FÍSICA C

SEPTIEMBRE 9 DEL 2013



COMPROMISO DE HONOR

Yo, _____ al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar una calculadora ordinaria para cálculos aritméticos, un lápiz o esferográfico; que solo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con algún otro material que se encuentre acompañándolo. No debo además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.

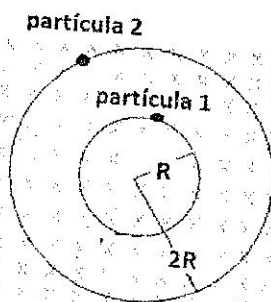
Firma _____

NÚMERO DE MATRÍCULA: _____ PARALELO: _____

NOTA: _____

1. Dos partículas idénticas y cargadas se mueven en trayectorias circulares y perpendiculares a un campo magnético uniforme como se indica en la figura. Determine:

- a) La relación entre el periodo de la partícula 2 para el periodo de la partícula 1, esto es T_2/T_1 (3 puntos)



$$\sum F = ma$$

$$F_B = ma$$

$$q\alpha B = m \frac{v}{\rho}$$

$$qB = m\omega$$

$$qB = \frac{m(2\pi)}{T}$$

$$R = \frac{mv}{qB} = \frac{m2\pi R}{TqB} \Rightarrow T = \frac{2\pi m}{qB}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = 1 \Rightarrow \text{El periodo es independiente}$$

$$T_2 = \frac{m2\pi}{qB}$$

$$\Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = 1$$

$$R = \frac{mv}{qB}$$

$$K = \frac{mv^2}{2}$$

Al duplicar el radio duplica la rapidez

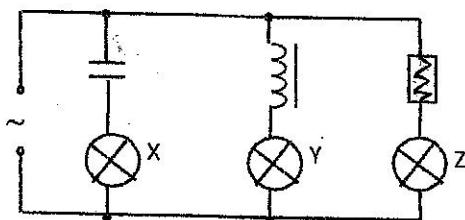
Si se duplica la rapidez la energía cinética

Se hace cuatro veces mayor

$$\frac{K_2}{K_1} = 4$$

- b) La relación entre la energía cinética de la partícula 2 para la energía cinética de la partícula 1, esto es K_2/K_1 . (3 puntos)

Tres focos idénticos se conectan respectivamente a un capacitor, a un inductor y a un resistor, como se indica en la figura. La fuente que suministra energía a estos dispositivos es de tensión alterna y su frecuencia varía desde muy baja frecuencia a muy alta frecuencia. Explique qué esperaría usted que suceda al brillo de cada foco X, Y y Z a medida que la frecuencia es incrementada. (9 puntos)

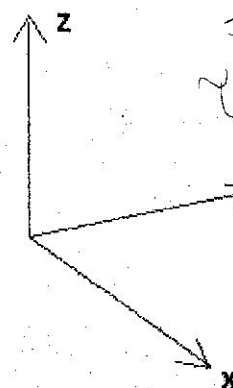
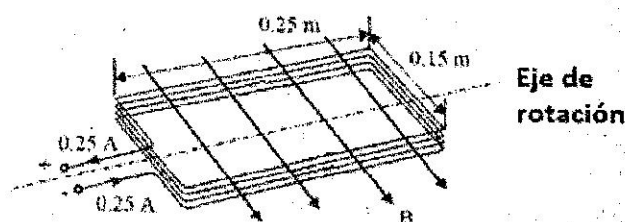


Explique en este espacio su respuesta..... E indíquela en el recuadro de abajo.

- El valor de la resistencia no se ve afectado por la frecuencia. El brillo del foco Z No cambia.
- La reactancia inductiva se incrementa con el incremento de la frecuencia. Pasará menos corriente por el foco Y. Su brillo disminuye.
- La reactancia capacitiva disminuye con el incremento de frecuencia. Pasará más corriente por el foco . Su brillo aumenta.

	FOCO X	FOCO Y	FOCO Z
EL BRILLO	AUMENTA	DISMINUYE	NO CAMBIA

La figura de abajo muestra una bobina rectangular de un motor eléctrico. La bobina tiene 120 vueltas y es de 0.25 m de longitud por 0.15 m de ancho y transporta una corriente de 0,25 A. En el instante mostrado un campo magnético uniforme de 0.4 T actúa paralelo al plano de las espiras.

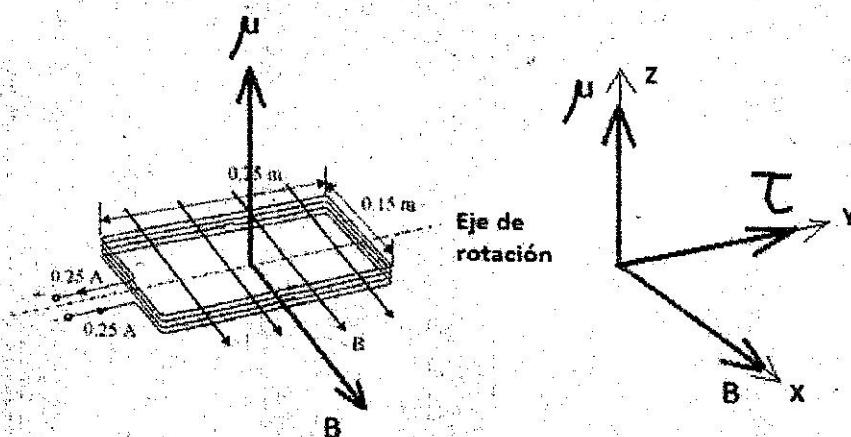


Calcule la magnitud y determine la dirección del torque magnético que actúa sobre la espira en la posición indicada en la figura. (10 puntos)

$$\vec{\tau}_B = \vec{\mu} \times \vec{B} = N I \vec{A} \times \vec{B} = N I A B \sin \theta$$

$$\vec{\tau}_B = (120)(0.25)(0.15)(0.25)(0.4)$$

$$\vec{\tau}_B = 0.45 \text{ Nm} \quad \boxed{\uparrow}$$

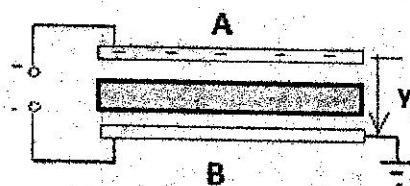
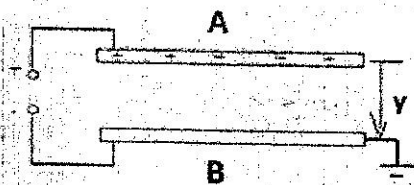


$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B} \Rightarrow \tau = \mu B \sin 90^\circ, \text{ en dirección } y^+, \hat{j}$$

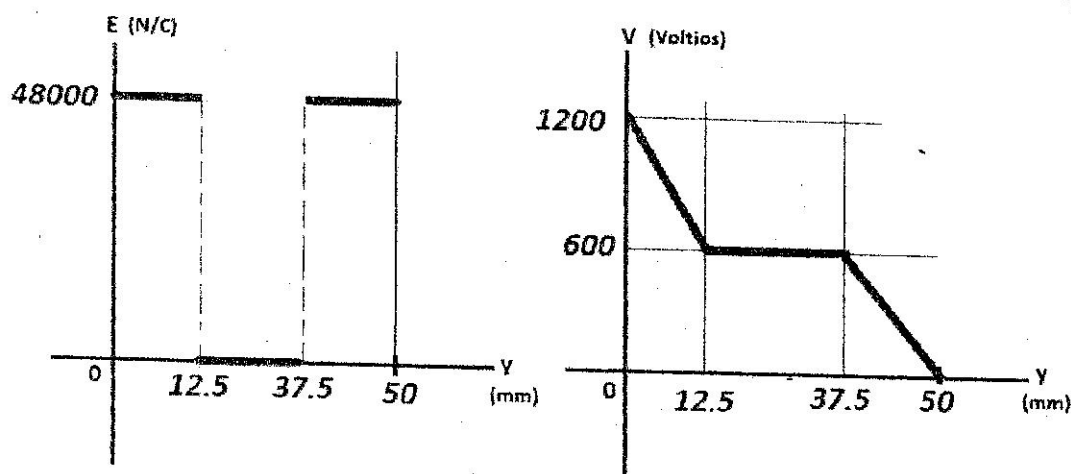
$$\mu = NIA = 120 \times 0.25 \times 0.25 \times 0.15 = 1.125 \text{ Am}^2$$

$$\vec{\tau} = 0.45 \text{ Nm}(\hat{j})$$

4. La figura de abajo muestra dos placas metálicas horizontales A y B las que se encuentran separadas una distancia $d = 50 \text{ mm}$. Una diferencia de potencial de 1200 V es conectada entre las placas. Note que la placa inferior está conectada a tierra. Una lámina metálica de 25 mm de espesor es insertada como se muestra abajo a la derecha, simétrica a las placas A y B sin hacer contacto con ellas. Considerando el gráfico de la derecha.



- Dibuje en el plano de abajo cómo varía el campo eléctrico entre las placas. Se requieren valores numéricos. (5 puntos)
- Dibuje en el plano de abajo cómo varía el potencial eléctrico entre las placas. Se requieren valores numéricos. (5 puntos)



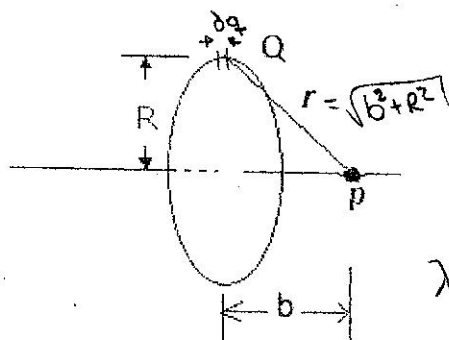
$$\Delta V = - \int_B^A \vec{E} \cdot d\vec{l} = E \Delta y, \quad \Delta y = 25 \times 10^{-3} \text{ m}$$

Dentro de la lámina metálica $E = 0$

$$E = \frac{\Delta V}{\Delta y} = 48000 \text{ V/m}$$

✓ Una carga Q positiva se distribuye de manera uniforme sobre un anillo de radio R , como se indica en la figura.

a) Determine el valor del potencial eléctrico en el punto P . (5 puntos)



$$V = \frac{kQ}{r} = \frac{kQ}{(R^2 + b^2)^{\frac{1}{2}}}$$

$$\lambda = \frac{Q}{L} \Rightarrow dq = \lambda dl$$

$$Q = \int dq = \int \lambda dl$$

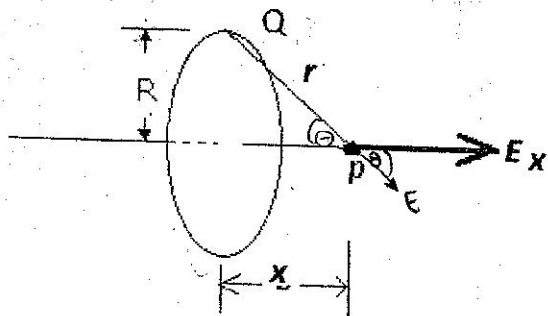
$$dV = k \frac{dq}{r}$$

$$dV = k \frac{Q dl}{L r} = \frac{kQ dl}{L \sqrt{b^2 + R^2}} = \frac{kQ}{\sqrt{b^2 + R^2}} \int dl = \frac{kQ}{\sqrt{b^2 + R^2}} \left[\right]$$

$$\frac{dQ}{dl} = \lambda \Rightarrow dQ = \lambda dl$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{dQ}{dl} = \int \frac{k \frac{dQ}{dl} dl}{(R^2 + x^2)^{3/2}} = \frac{kQx}{(x^2 + R^2)^{3/2}}$$

- b) A partir de la expresión obtenida del potencial eléctrico en el punto P. Encuentre una expresión para el campo eléctrico en el mismo punto P. (5 puntos)



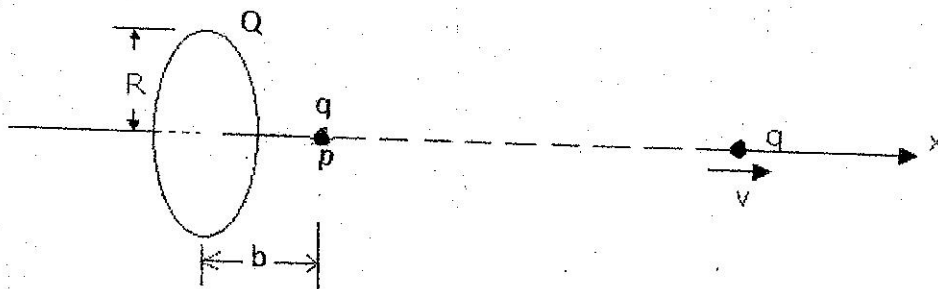
$$V = \frac{kQ}{r} = \frac{kQ}{(R^2 + x^2)^{1/2}}$$

El campo en el punto P apunta en dirección x

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} = -kQ \frac{\partial}{\partial x} (R^2 + x^2)^{-1/2}$$

$$E_x = \frac{kQx}{(x^2 + R^2)^{3/2}} = E_x = \frac{kQb}{(b^2 + R^2)^{3/2}}$$

- c) Suponga que una partícula de carga q positiva y masa m se libera desde el reposo del punto P. conforme lo muestra la figura. Encuentre una expresión para la velocidad final que adquiere esta carga puntual luego de encontrarse muy alejada del anillo. Desprecie los efectos gravitacionales.....(5 puntos)

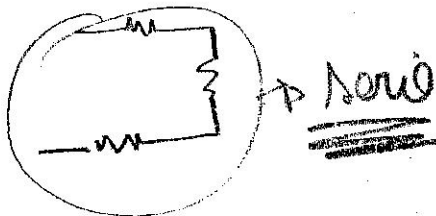


$$V_p = \frac{kQ}{(R^2 + b^2)^{1/2}} = -\int_a^p \vec{E} \cdot d\vec{r} = \frac{W_{a \rightarrow p}}{q} = \frac{K_a - K_p}{q}$$

$$K_a = \frac{kQq}{(R^2 + b^2)^{1/2}}, \text{ ya que, } K_p = 0$$

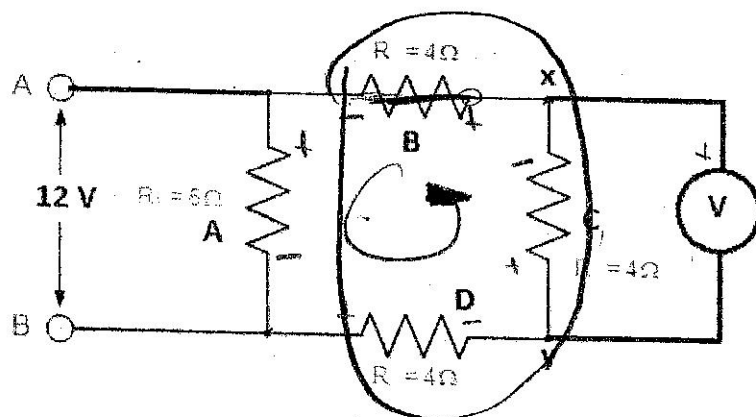
$$\frac{1}{2}mv_a^2 = \frac{kQq}{(R^2 + b^2)^{1/2}}$$

$$v_a^2 = \sqrt{\frac{2kQq}{m(R^2 + b^2)^{1/2}}}$$



El diagrama que sigue muestra un circuito eléctrico que consta de cuatro resistencias A, B, C y D. Las resistencias a veces fallan de dos formas; Quedan "circuito abierto", en cuyo caso el valor de la resistencia es infinito, o quedan en "cortocircuito", en cuyo caso el valor de la resistencia es cero.

A fin de probar el circuito, un técnico conecta un voltímetro de gran resistencia entre los bornes X e Y, y aplica una diferencia de potencial de 12 V entre los extremos de la resistencia A.



$$DV = IR$$

a) ¿Qué lectura de voltaje dará el voltímetro si todas las resistencias funcionan correctamente? (5 puntos)

LOS 12 V SE REPARTEN EN LAS RESISTENCIAS B, C Y D.

EN CONSECUENCIA EL VOLTÍMETRO LEERÁ 4 V.

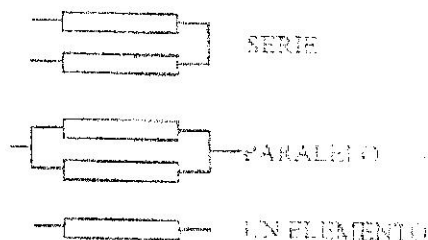
b) ¿Cuál sería la lectura que daría el voltímetro si la resistencia B o la D quedara en cortocircuito? (3 puntos)

AHORA LOS 12 V DE LA FUENTE SE REPARTEN EN DOS RESISTENCIAS, EN CONSECUENCIA EL VOLTÍMETRO LEERÁ 6 V.

c) Identifique dos posibles fallos en el circuito que pudieran producir una lectura de 6 V en el voltímetro cuando se le conecte entre X e Y. (5 puntos)

- I. **B EN CORTO**
- II. **D EN CORTO**
- III. **A ABIERTO Y B EN CORTO**
- IV. **A ABIERTO Y D EN CORTO.**

7. Un calentador eléctrico tiene tres ajustes para su interruptor selector de potencia; bajo, medio y alto. El calentador tiene dos elementos resistivos idénticos que pueden conectarse de tres modos diferentes (configuraciones), como se muestra en la figura.



Indique la manera en que los elementos calefactores deben conectarse a una fuente de alimentación, como la de nuestros hogares, con el fin de proporcionar los tres ajustes. (9 puntos)

	BAJO	MEDIO	ALTO
CONFIGURACION	PARALELO	UN ELEMENTO	SERIE

En este espacio justifique su respuesta.....

LOS RESISTORES SE CONECTAN EN PARALELO A LA FUENTE QUE SUMINISTRA ENERGIA.

$$P = \frac{V^2}{R}$$

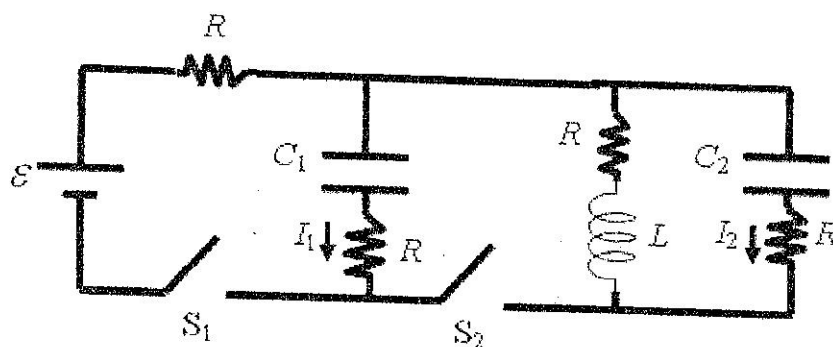
A MENOR RESISTENCIA, CONECTADAS A LA MISMA TENSION, DISIPARAN MAYOR POTENCIA.

MENOR RESISTENCIA \implies EN PARALELO

MAYOR RESISTENCIA \implies EN SERIE

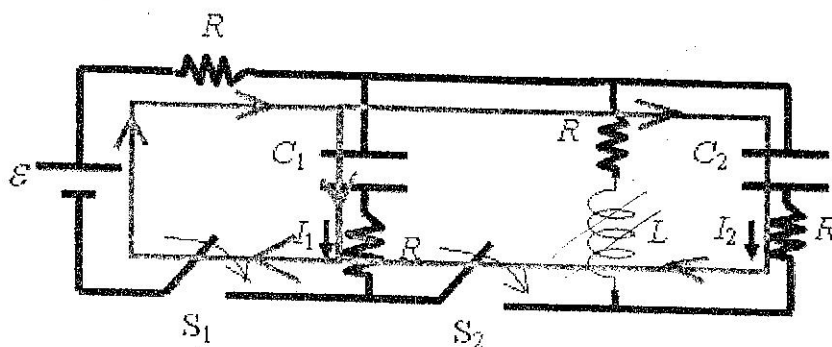
VALOR INTERMEDIO \implies UNA RESISTENCIA

8. El circuito de abajo tiene dos capacitores, cuatro resistores, un inductor, una fuente de voltaje y dos interruptores. Los interruptores, S_1 y S_2 , han estado abiertos durante tiempo muy largo y los capacitores se encuentran descargados.



$$\begin{aligned} R &= 10 \, \Omega \\ C_1 &= 10 \, \mu\text{F} \\ C_2 &= 20 \, \mu\text{F} \\ \varepsilon &= 18 \, \text{V} \\ L &= 20 \, \mu\text{H} \end{aligned}$$

- a) Al instante de tiempo $t = 0$ los dos interruptores son cerrados. Inmediatamente después de que ambos interruptores son cerrados, ¿cuál es la corriente que suministra la fuente? (5 puntos)

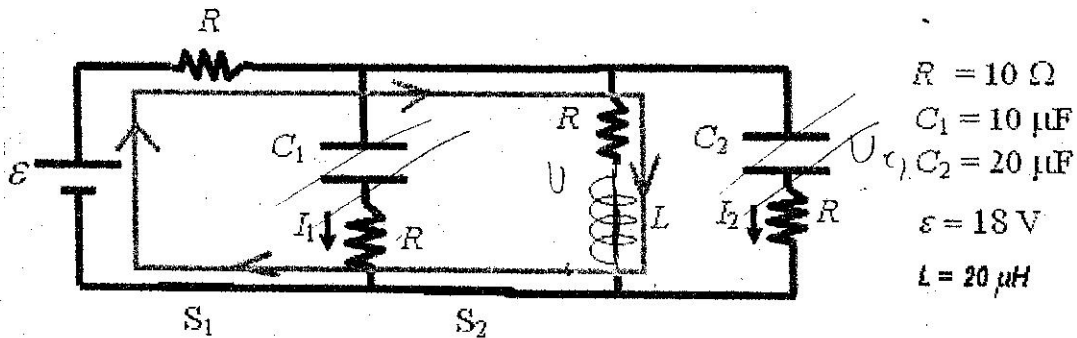


$$I_0 = \frac{\varepsilon}{R_{\text{equivalente}}} = \frac{\varepsilon}{R + 0.5R} = \frac{18}{15} = 1.2 \, \text{A}$$

$$U = \frac{1}{2} C V^2$$

Después de que los interruptores han permanecido cerrados por un tiempo muy largo.

b) ¿Cuál es la energía, U_C , almacenada en el capacitor C_1 . (5 puntos)



$$V_{C1} = I_{\alpha} R$$

$$I_{\alpha} = \frac{\varepsilon}{2R} = \frac{18}{20} = 0.9 A$$

$$V_{C1} = I_{\alpha} R = 9 V$$

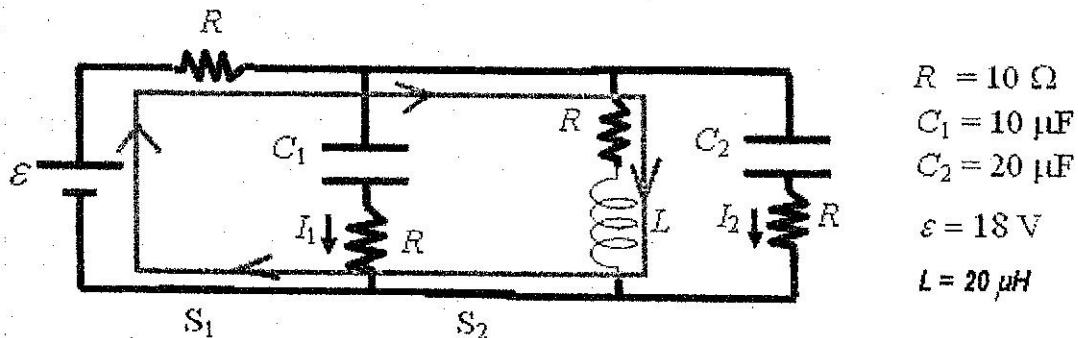
$$U_{C1} = \frac{1}{2} C_1 V_{C1}^2 = 405 \mu J$$

$$\frac{18}{20} = 0.9 A$$

$$9 V$$

$$U_{C1} = 405 \mu J \quad U = \frac{1}{2} C V^2$$

c) ¿Cuál es la energía U_L almacenada en la bobina? (5 puntos)



$$U_L = \frac{1}{2} L I_{\alpha}^2$$

$$U_L = 0.5 \times 20 \times 10^{-6} \times 0.9^2$$

$$U_L = 8.1 \mu J$$

$$\frac{1}{2} L I^2$$

$$\frac{1}{2} I^2 L$$

$$U_L = 8.1 \mu J$$



ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
INSTITUTO DE CIENCIAS FÍSICAS
I TÉRMINO 2012-2013
FÍSICA C
Segunda evaluación



SOLUCIÓN

Pregunta 1 (3 puntos)

Un globo de caucho tiene en su interior una carga puntual. ¿El flujo eléctrico a través del globo depende de si está inflado por completo o no? Explique su razonamiento.

No, el flujo eléctrico depende solamente de la carga neta dentro de la superficie, independientemente de la forma y tamaño de la misma.

Pregunta 2 (3 puntos)

Un capacitor de placas paralelas se carga con una batería y se mantiene conectado a ésta. Después se duplica la distancia de separación entre las placas. ¿Cómo cambian el campo eléctrico, la carga en las placas y la energía total? Explique su razonamiento.

Al permanecer conectado a la batería, la diferencia de potencial entre las placas del capacitor se mantendrá constante.

Al duplicar la distancia, la capacitancia del capacitor se reduce a la mitad ($C = \epsilon_0 A/d$)

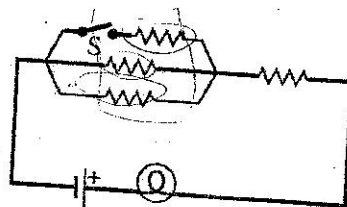
$E = \Delta V/d \Rightarrow$ el campo eléctrico se ~~duplica~~ reduce a la mitad.

$Q = C\Delta V \Rightarrow$ la carga eléctrica se reduce a la mitad

$U = \frac{1}{2}C\Delta V^2 \Rightarrow$ la energía se reduce a la mitad

Pregunta 3 (3 puntos)

Se conecta una bombilla en el circuito que se ilustra en la figura. Si se cierra el interruptor S, ¿la luminosidad de la bombilla aumenta, disminuye o permanece igual? Explique por qué.



Al cerrar el interruptor S, la resistencia total del circuito disminuye y la corriente que fluye por el circuito aumenta. Por lo tanto, la luminosidad de la bombilla aumenta.

$$\begin{aligned} P &= VI \\ P &= I^2 R \\ P &= I^2 \left(\frac{R}{3} + R \right) \\ P &= \frac{4}{3} I^2 R \end{aligned}$$

Pregunta 4 (3 puntos)

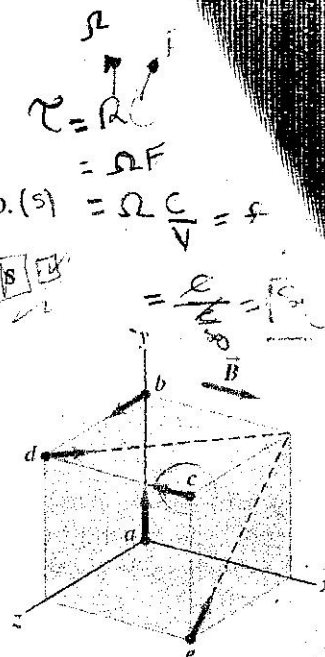
Verifique que la constante de tiempo RC tiene unidades de tiempo. (s)

$$[RC] = \Omega \cdot F = (V/A)(C/V) = (1/C/s)(C) = [s]$$

Pregunta 5 (3 puntos)

Cada uno de los puntos indicados en las esquinas del cubo que se aprecia en la figura representa una carga positiva q que se mueve con una velocidad de magnitud v en la dirección indicada. La región en la figura está en un campo magnético uniforme, paralelo al eje x y dirigido hacia la derecha. ¿Cuál(es) carga(s) NO experimenta(n) una fuerza debido a B ? Explique su respuesta

$$F = q\vec{v} \times \vec{B}$$



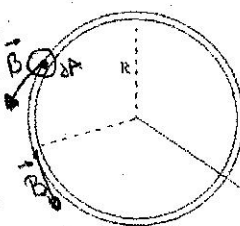
La fuerza magnética está dada por

Sólo la carga ubicada en el punto c no experimenta fuerza magnética, pues al estar en dirección opuesta a el producto cruz es cero.

Pregunta 6 (3 puntos)

Un conductor largo y recto pasa por el centro de un anillo metálico, perpendicular a su plano. Si la corriente en el conductor aumenta, ¿se induce una corriente en el anillo? Explique lo que pasa.

El campo magnético creado por el conductor es tangente a la superficie del anillo, por lo que no hay flujo magnético que atraviese la superficie encerrada por el anillo. Por lo tanto, no se induce ninguna corriente.



$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A} = \int B \cos 90^\circ = 0$$

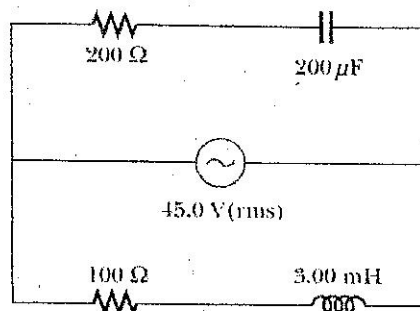
$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi_B}{dt} = - \frac{d(0)}{dt} = 0$$

$$\therefore I = \frac{\mathcal{E}}{R} = 0$$

Pregunta 7 (3 puntos)

En la figura, encuentre la corriente (rms) entregada por la fuente de 45.0 V (rms) cuando la frecuencia es muy grande. Explique su razonamiento.

Cuando la frecuencia es muy grande, el ramal inferior lleva una corriente insignificante pues $X_L = \omega L$ se comporta prácticamente como un circuito abierto.



También, $X_C = 1/\omega C$ es insignificante comparada con la resistencia de 200 Ω .

Por tanto, $45.0 \text{ V}/200 \Omega = 225 \text{ mA}$ fluye por la fuente y por el ramal superior.

$$V_{rms} = I_{rms} Z$$

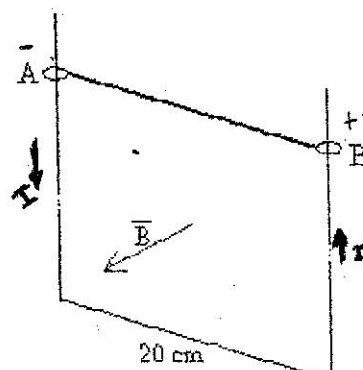
$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

$$X_L = \omega L = 2\pi f L \Rightarrow X_L \text{ es gran}$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} \Rightarrow X_C \text{ es peque}$$

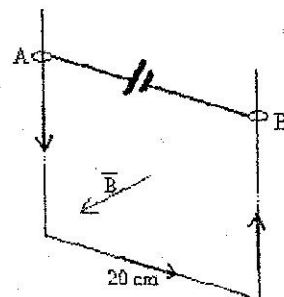
Problema 1 (10 puntos)

Una varilla conductora de masa 10 g desliza sobre carriles paralelos verticales distantes 20 cm. Los carriles muy largos se cierran por la parte inferior, tal como se indica en la figura. En la región existe un campo magnético uniforme y perpendicular al plano del papel de intensidad 1.5 T. La resistencia de la varilla es de 10Ω (los carriles se suponen superconductores)



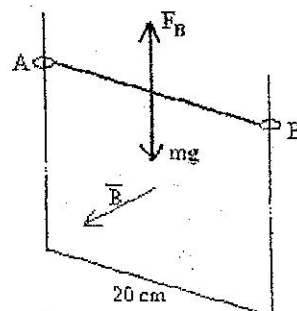
- a) Indicar si el potencial de A es mayor o menor que el de B y justificar cómo circula la corriente en el circuito.

La polaridad de la fem inducida es tal que tiende a producir una corriente que crea un campo magnético, el cual se opone al cambio del flujo magnético a través del área encerrada por la espira de corriente. A medida que la varilla desciende, el flujo magnético disminuye, por lo que se induce una corriente en sentido antihorario. El punto A está a mayor potencial que el punto B.



- b) La varilla parte del reposo y su velocidad se incrementa hasta alcanzar un valor límite constante, ¿cuánto vale esta velocidad? Explique su razonamiento para obtener la respuesta.

Al principio, cuando parte del reposo, $v = 0$ y $F_B = 0$. Al caer, la varilla incrementa su velocidad y F_B se incrementa. En el instante en que el peso se iguala a la fuerza magnética, la varilla empieza a descender con velocidad constante.



$$F_B = mg$$

$$i l B = mg$$

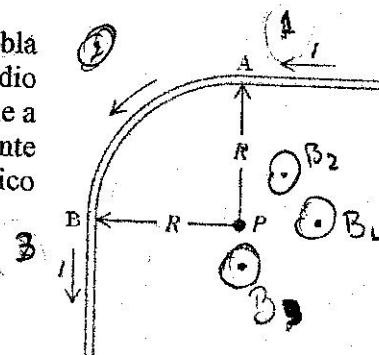
$$\frac{v B}{R} l B = mg$$

$$v = \frac{m g R}{l B^2}$$

$$v = 10.89 \text{ m/s}$$

Problema 2 (9 puntos)

Considere un alambre de cobre de longitud infinita. Se dobla en la parte central para formar un cuarto de círculo de radio R , como se muestra en la figura. Ahora, se conecta el cable a una fuente de tensión (en el infinito) para que una corriente constante I fluya en el alambre. ¿Cuál es el campo magnético en el punto P ?



Podemos dividir el cable en tres secciones: dos segmentos rectos semi-infinitos y un cuarto de círculo. En la figura, los segmentos son como sigue: un alambre recto semi-infinito desde ∞ hasta A , un cuarto de círculo de A a B , y un alambre recto semi-infinito de B a ∞ . El centro del círculo está en un extremo de los segmentos semi-infinitos.

Para encontrar el campo magnético en el centro del cuarto de círculo, se puede utilizar el principio de superposición. Solo tenemos que agregar el campo magnético debido a los tres segmentos.

El campo magnético de un segmento de alambre recto infinito que transporta una corriente I es

$$B = \mu_0 I / (2\pi d)$$

donde d es la distancia perpendicular al alambre. En este ejercicio la ubicación es a una distancia R de un alambre semi-infinito. Utilizando este resultado tenemos

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}$$

puesto que el alambre es la mitad de uno infinito y la ubicación es en el extremo.

Para hallar el campo magnético en el centro del cuarto de círculo, podemos utilizar la ley de Biot-Savart como se hizo en clases para un círculo completo. Dado que el alambre es solo $1/4$ de un círculo completo, el campo magnético es $(1/4)\mu_0 I / (2R) = \mu_0 I / (8R)$.

Sumando el campo magnético de los tres segmentos tenemos:

$$\begin{aligned} |\vec{B}_{neto}| &= \frac{\mu_0 I}{4\pi R} + \frac{\mu_0 I}{8R} + \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \\ &= \frac{\mu_0 I}{2R} \left(\frac{1}{\pi} + \frac{1}{4} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\frac{\mu_0 I}{4\pi R} \left(\frac{1}{2\pi R} \frac{1}{4} \right) \\ &\frac{\mu_0 I}{8R} \end{aligned}$$

Problema 3 (10 puntos)

Imagínese un largo alambre cilíndrico de radio R que tiene una densidad de corriente $J(r) = J_0(1 - r^2/R^2)$ para $r \leq R$ y $J(r) = 0$ para $r > R$, donde r es la distancia desde el eje del alambre.

a) Encuentre el campo magnético resultante adentro ($r \leq R$) y afuera ($r > R$) del alambre.

Un anillo de radio r y ancho dr tiene un área $dA = 2\pi r dr$.

La corriente dentro de un radio r es

$$I = \int_0^r 2\pi J r dr = 2\pi J_0 \int_0^r r dr - 2\pi \left(J_0/R^2 \right) \int_0^r r^3 dr = 2\pi J_0 r^2/2 - 2\pi (J_0/R^2) (r^4/4)$$

La ley de Ampère dice:

$$B(2\pi r) = \mu_0 I = \mu_0 \pi J_0 (r^2 - r^4/2R^2).$$

$$B = \mu_0 J_0 R^2 \left[\frac{1}{2} \left(\frac{r}{R} \right) - \frac{1}{4} \left(\frac{r}{R} \right)^3 \right] \text{ para } r \leq R$$

$$B(2\pi r) = \mu_0 I_{\text{total}} = \mu_0 \left[\pi J_0 R^2 - \pi J_0 R^2/2 \right] = \mu_0 \pi J_0 R^2/2$$

$$B = \frac{\mu_0 J_0 R^2}{4r} = \frac{\mu_0 J_0 R}{4(r/R)} \text{ para } r \geq R$$

b) Encuentre la posición donde el campo magnético es máximo.

Para localizar el valor máximo se requiere que

$$\frac{dB}{dr} = \frac{\mu_0 J_0}{2} - 3 \frac{\mu_0 J_0 r^2}{4R^2} = 0$$

Esto da la posición del máximo en

$$r = \sqrt{2/3} R$$

$$\frac{\mu_0 J_0}{2} \cdot r = \frac{\mu_0 J_0}{4} \frac{r^3}{R^2}$$

$$\frac{\mu_0 J_0}{2} = \frac{3}{4} \frac{\mu_0 J_0}{R^2} \cdot r^2$$

$$I = \lambda L$$

$$\lambda = \frac{I}{L}$$

$$\lambda = \frac{Q}{L}$$