

**A. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)**

**Câu I (2,0 điểm).** Cho hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - (m+1)x^2 + \frac{4}{3}(m+1)^3$  (1) ( $m$  là tham số thực)

- 1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi  $m = 1$ .
- 2) Tìm  $m$  để các điểm cực đại và cực tiểu của đồ thị (1) nằm về 2 phía (phía trong và phía ngoài) của đường tròn có phương trình:  $x^2 + y^2 - 4x + 3 = 0$ .

**Câu II (2,0 điểm).**

- 1) Giải phương trình:  $\frac{\cos 2x + \sqrt{3} \sin 2x + 6 \sin x - 5}{2 \cos^2 \frac{x}{2} - 1} = 2\sqrt{3}$ .
- 2) Tìm  $m$  để bất phương trình:  $(x^2 + 2)^2 + m \leq x\sqrt{x^2 + 4} + 7$  nghiệm đúng với  $\forall x \in [0; 2]$ .

**Câu III (1,0 điểm).** Tìm nguyên hàm:  $I = \int \frac{x^2 + \sqrt{x}}{\sqrt{1+x}\sqrt{x}} dx$ .

**Câu IV (1,0 điểm).** Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình thang cân, đáy lớn AB bằng 4 lần đáy nhỏ CD, chiều cao của đáy bằng  $a$  ( $a > 0$ ). Bốn đường cao của bốn mặt bên ứng với đỉnh S có độ dài bằng nhau và bằng  $4a$ . Tính thể tích của khối chóp theo  $a$ .

**Câu V (1,0 điểm).** Cho  $a, b, c$  là các số thực thỏa mãn  $\begin{cases} a > -1, b > -2, c > -3 \\ (a+1)(b+2) + (b+2)(c+3) + (c+3)(a+1) = 3 \end{cases}$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $S = \frac{1}{(a+1)(b+2)(c+3)} + \frac{4}{(a+b+3)(b+c+5)(c+a+4)}$

**II. PHẦN TỰ CHỌN (3,0 điểm): Thí sinh chỉ được làm 1 trong 2 phần (phần A hoặc B)**

**A. Theo chương trình Chuẩn**

**Câu VI.a (2,0 điểm)**

- 1) Cho hai đường thẳng  $(d_1)$ ,  $(d_2)$  lần lượt có phương trình:  $x + y + 1 = 0$  và  $2x - y - 1 = 0$ . Viết phương trình đường thẳng  $(\Delta)$  đi qua điểm  $M(1; -1)$  cắt  $(d_1)$  và  $(d_2)$  tại A và B thỏa mãn:  $\overline{MA} + \overline{MB} = 0$ .
- 2) Trong mặt phẳng Oxyz cho  $A(2; 0; 0)$   $M(1; 1; 1)$ . Mặt phẳng (P) thay đổi qua AM cắt các trục Ox, Oy lần lượt tại  $B(0; b; 0)$ ,  $C(0; 0; c)$  ( $b > 0, c > 0$ ). Chứng minh rằng:  $b + c = \frac{bc}{2}$ . Từ đó tìm  $b, c$  để diện tích tam giác ABC nhỏ nhất.

**Câu VII.a (1,0 điểm).** Giải bất phương trình sau trên tập số thực:  $\log_4(x^2 - x - 8) \leq 1 + \log_3 x$

**B. Theo chương trình Nâng cao**

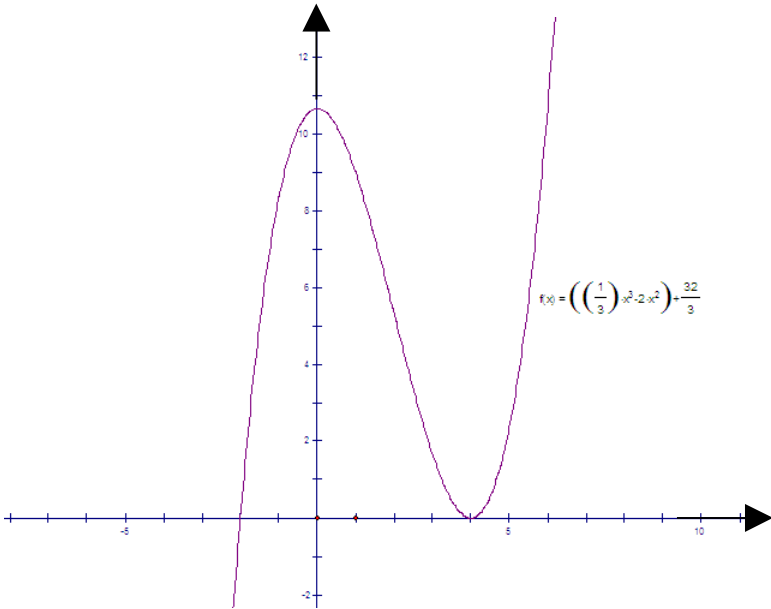
**Câu VI.b (2,0 điểm)**

- 1) Trong hệ tọa độ Oxy cho hình thang cân ABCD ( $AB \parallel CD$ ,  $AB < CD$ ). Biết  $A(0; 2)$ ,  $D(-2; -2)$  và giao điểm O của AC và BD nằm trên đường thẳng có phương trình:  $x + y - 4 = 0$ . Tìm tọa độ của các đỉnh còn lại của hình thang khi góc  $\angle AOD = 45^\circ$ .
- 2) Trong hệ tọa độ Oxyz cho mặt phẳng (P):  $2x - y + 2z - 3 = 0$  và hai đường thẳng  $(d_1)$ ,  $(d_2)$  lần lượt có phương trình  $\frac{x-4}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{-1}$  và  $\frac{x+3}{2} = \frac{y+5}{3} = \frac{z-7}{-2}$ . Viết phương trình đường thẳng  $(\Delta)$  song song với mặt phẳng (P), cắt  $(d_1)$  và  $(d_2)$  tại A và B sao cho  $AB = 3$ .

**Câu VII.b (1,0 điểm).** Giải bất phương trình sau trên tập số thực:  $\frac{(6^{x-3} + x - 4)(x^2 + 10x + 9)}{8^{x-2} - 1} \geq 0$ .

Hết

**ĐÁP ÁN – THANG ĐIỂM**  
**ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC NĂM HỌC: 2011-2012(LẦN 1)**  
**Môn: TOÁN**  
*Đáp án gồm 05 trang*

Câu	Nội dung	Điểm																
I		2,0																
1		1,0																
	<p>Khi <math>m = 1</math> thì hàm số có dạng <math>y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + \frac{32}{3}</math></p> <p><b>a) Tập xác định: <math>D = \mathbb{R}</math></b></p> <p><b>b) SBT</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>Giới hạn: <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty</math>; <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty</math></li><li>Chiều biến thiên: Có <math>y' = x^2 - 4x</math>; <math>y' = 0 \Leftrightarrow x = 0, x = 4</math></li></ul> <table><tr><td><math>x</math></td><td><math>-\infty</math></td><td><math>0</math></td><td><math>4</math></td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td><math>y'</math></td><td><math>+</math></td><td><math>0</math></td><td><math>-</math></td><td><math>0</math></td><td><math>+</math></td></tr><tr><td><math>y</math></td><td><math>-\infty</math></td><td><math>\frac{32}{3}</math></td><td><math>0</math></td><td><math>+\infty</math></td></tr></table> <p>Hàm số ĐB trên từng khoảng <math>(-\infty; 0)</math> và <math>(4; +\infty)</math>, nghịch biến trên khoảng <math>(0; 4)</math>.</p> <ul style="list-style-type: none"><li>Hàm số đạt cực đại tại <math>x = 0, y_{CB} = y(0) = \frac{32}{3}</math>;</li><li>Hàm số đạt cực tiểu tại <math>x = 4, y_{CT} = y(4) = 0</math></li></ul>	$x$	$-\infty$	$0$	$4$	$+\infty$	$y'$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$	$y$	$-\infty$	$\frac{32}{3}$	$0$	$+\infty$	0.25
$x$	$-\infty$	$0$	$4$	$+\infty$														
$y'$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$													
$y$	$-\infty$	$\frac{32}{3}$	$0$	$+\infty$														
	<p><b>c) Đồ thị</b></p> <p>Tâm đối xứng: <math>I(2; \frac{8}{3})</math></p> 	0.25																

2		1.0														
	Ta có $y' = x^2 - 2(m+1)x$ $+ y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2(m+1) \end{cases}$ $+ y(0) = \frac{4}{3}(m+1)^3 ; y(2(m+1)) = 0$ Để hàm số có cực trị thì $m \neq -1$ . Gọi hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A(0; \frac{4}{3}(m+1)^3), B(2(m+1); 0)$ ;	0.25														
	+ Gọi I là tâm đường tròn ,khi đó I(2;0) và $R=1$ + A và B nằm về hai phía của đường tròn khi $(IA^2 - R^2)(IB^2 - R^2) < 0$ $IA = \sqrt{4 + \frac{16}{9}(m+1)^6}, IB = \sqrt{4m^2}$	0.25														
	$(IA^2 - R^2)(IB^2 - R^2) < 0 \Leftrightarrow (3 + \frac{16}{9}(m+1)^6)(4m^2 - 1) < 0 (*)$ $3 + \frac{16}{9}(m+1)^6 > 0 \quad \forall m ;$	0.25														
	$(*) \Leftrightarrow 4m^2 - 1 < 0 \Leftrightarrow  m  < \frac{1}{2}$ Vậy $\begin{cases}  m  < \frac{1}{2} \\ m \neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow  m  < \frac{1}{2}$	0.25														
II		2.0														
I		1.0														
	ĐK $\cos x \neq 0$	0.25														
	<b>PT</b> $\Leftrightarrow \cos 2x + \sqrt{3} \sin 2x + 6 \sin x - 5 - 2\sqrt{3} \cos x = 0.$															
	$\Leftrightarrow (\sin x - 1)(2 \sin x - 2\sqrt{3} \cos x - 4) = 0.$	0.25														
	$\sin x - \sqrt{3} \cos x = 2$ • $\Leftrightarrow \sin(x - \frac{\pi}{3}) = 1$  $\Leftrightarrow x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \quad (k \in Z)$ thỏa mãn đk.	0.25														
	• $\sin x - 1 = 0$ (loại) Vậy phương trình có nghiệm: $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \quad (k \in Z)$	0.25														
2		1.0														
	Đặt $t = x\sqrt{x^2 + 4}$ điều kiện $t \in [0; 4\sqrt{2}]$ Pt trở thành $t^2 + m \leq t + 3 \Leftrightarrow -t^2 + t + 3 \geq m. (*)$	0.25														
	Xét hàm số $y = -t^2 + t + 3$ trên $[0; 4\sqrt{2}]$ BBT <table><tr><td>x</td><td>0</td><td>1/2</td><td></td><td><math>4\sqrt{2}</math></td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td>0</td><td>0</td></tr></table>	x	0	1/2		$4\sqrt{2}$	y'		+	0	-				0	0
x	0	1/2		$4\sqrt{2}$												
y'		+	0	-												
			0	0												

	<div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> <div style="margin-right: 10px;"><math>y</math></div> <div style="text-align: center;"> <math display="block">  \begin{array}{c}  \nearrow \frac{13}{4} \\  3 \qquad \searrow \\  \qquad \qquad -29 + 4\sqrt{2}  \end{array}  </math> </div> </div>	
	Từ BBT ta có bpt (*) đúng $\forall t \in [0; 4\sqrt{2}] \Leftrightarrow m \leq -29 + 4\sqrt{2}$ .	0.25
	Vậy bất phương trình đã cho có nghiệm $\forall x \in [0; 2] \Leftrightarrow m \leq -29 + 4\sqrt{2}$	0.25
<b>III</b>		<b>1.0</b>
	$I = \int \frac{x^2 + \sqrt{x}}{\sqrt{1+x\sqrt{x}}} dx \Leftrightarrow \int \frac{x^2}{\sqrt{1+x\sqrt{x}}} dx + \int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{1+x\sqrt{x}}} dx$	0.25
	$I_1 = \int \frac{x^2}{\sqrt{1+x\sqrt{x}}} dx \text{ đặt } t = \sqrt{1+x\sqrt{x}} \Leftrightarrow t^2 - 1 = x\sqrt{x}$ $\Leftrightarrow x^3 = (t^2 - 1)^2$ $\Rightarrow 3x^2 dx = 4t(t^2 - 1) dt \Leftrightarrow x^2 dx = \frac{4}{3} t(t^2 - 1) dt$ $I_1 = \int \frac{4}{3} (t^2 - 1) dt = \frac{4}{9} t^3 - \frac{4}{3} t + c = \frac{4}{9} (\sqrt{1+x\sqrt{x}})^3 - \frac{4}{3} (\sqrt{1+x\sqrt{x}}) + C$	0.25
	$I_2 = \int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{1+x\sqrt{x}}} dx = \frac{2}{3} \int \frac{d(1+x\sqrt{x})}{\sqrt{1+x\sqrt{x}}} = \frac{4}{3} \sqrt{1+x\sqrt{x}} + C$	0.25
	Vậy $I = \frac{4}{9} (\sqrt{1+x\sqrt{x}})^3 - \frac{4}{3} (\sqrt{1+x\sqrt{x}}) + \frac{4}{3} \sqrt{1+x\sqrt{x}} + C$ .	0.25
<b>IV</b>		<b>1.0</b>
	<p>• Gọi H là chân đường cao của hình chóp          Khi đó H cách đều các cạnh của đáy.</p> <div style="text-align: center;"> </div>	0.25

	<p>• Vậy H là tâm đường tròn (C) nội tiếp tứ giác ABCD . Gọi M, N là trung điểm của AB và CD <math>\Rightarrow MN = a</math>.</p> <p>Giả sử ( C) tiếp xúc với BC tại E thì <math>HM = HN = HE = \frac{a}{2}</math> .</p> <p>Và <math>SE=SM=SN=4a \Rightarrow SH = \frac{1}{2}\sqrt{63}a</math> .</p>	0.25
	<p>• Đặt CN = x ( x &gt; 0) thì BM = 4x, CE= x, BE = 4x</p> <p><math>\triangle HBC</math> vuông tại H nên <math>HE^2 = EB \cdot EC \Rightarrow \frac{a^2}{4} = 4x^2 \Leftrightarrow x = \frac{a}{4} \Rightarrow CD = \frac{a}{2}, AB = 2a</math> .</p>	0.25
	<p>• Suy ra <math>S_{ABCD} = \frac{5a^2}{4}</math> . Vậy <math>V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{5a^2}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt{63}a = \frac{5\sqrt{63}a^3}{24}</math> (đvdt) .</p>	0.25
<b>V</b>		<b>1.0</b>
	<p>Đặt x = a+1 ; y = b+2 ; c = z+3</p> <p>Từ giả thiết <math>\Rightarrow xy+yz+zx=3</math> (*) với x , y , z dương.</p> <p>Bài toán trở thành : Tìm Min <math>S = \frac{1}{xyz} + \frac{4}{(x+y)(y+z)(z+x)}</math> với điều kiện (*) .</p>	0.25
	<p>Từ gt <math>\Rightarrow xyz \leq 1</math> .</p>	0.25
	<p>Khi đó ta có <math>P = \frac{1}{2xyz} + \frac{4}{(x+y)(y+z)(z+x)} \geq \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{xyz}(x+y)(y+z)(z+x)}</math></p> <p>Mà <math>\sqrt[3]{(xy+xz)(yx+yz)(zx+zy)} \leq \frac{2(xy+yz+zx)}{3} \Rightarrow P \geq 1</math></p>	0.25
	<p>Vậy <math>S \geq P + \frac{1}{2xyz} \geq \frac{3}{2}</math> . <math>\Rightarrow S_{MN} = \frac{3}{2}</math> đạt được khi a = 0 ; b = -1 c = -2.</p>	0.25
<b>VI.a</b>		<b>2.0</b>
<b>1</b>		<b>1.0</b>
	<p><math>+ A \in d_1 \Rightarrow A(x_1; -x_1 - 1) ; B(x_2; 2x_2 - 1)</math></p>	0.25
	<p><math>\overrightarrow{MA}(x_1 - 1; -x_1) , \overrightarrow{MB}(x_2 - 1; 2x_2)</math></p>	0.25
	<p><math>2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = (2x_1 + x_2 - 3; -2x_1 + 2x_2)</math>.</p> <p><math>2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 : 1 \\ x_2 : 1 \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{MB}(0; 2)</math>.</p>	0.25
	<p>Vậy <math>\Delta : x=1</math>.</p>	0.25
<b>2</b>		<b>1.0</b>
	<p>GS phương trình (P) : <math>\frac{x}{2} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1</math>.</p> <p>Vì <math>M \in (P) \Rightarrow 2(b+c) = bc</math>. (ĐPCM)</p>	0.25
	<p>Ta có <math>\overrightarrow{AB}(-2; b; 0) \overrightarrow{AC}(-2; 0; c)</math>. Khi đó</p> <p><math>S = \sqrt{b^2 + c^2 + (b+c)^2}</math></p>	0.25
	<p><math>b^2 + c^2 \geq 2bc ; (b+c)^2 \geq 4bc \Rightarrow S \geq \sqrt{6bc}</math> .</p>	0.25
	<p>Từ (1) ta có <math>2(b+c) = bc \Rightarrow \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 2 \Rightarrow \frac{1}{b} = 2 - \frac{1}{c} \Rightarrow b = \frac{c}{2c-1}</math> .</p>	

<b>VII.a</b>		<b>1.0</b>
	Đk $x > \frac{1+\sqrt{32}}{2}$ . đặt $t = \log_3 x \Rightarrow x = 3^t$ . Bpt trở thành $9^t - 3^t - 8 \leq 4.4^t$ .	0.25
	$\Leftrightarrow 4.\left(\frac{4}{9}\right)^t + \left(\frac{1}{3}\right)^t + 8\left(\frac{1}{9}\right)^t \geq 1$ xét hàm số $f(t) = 4.\left(\frac{4}{9}\right)^t + \left(\frac{1}{3}\right)^t + 8\left(\frac{1}{9}\right)^t$ - hàm này NB	0.25
	Ta có $f(2) = 1 \Rightarrow f(t) \geq 1 = f(2) \Leftrightarrow t \leq 2$ .	0.25
	$t \leq 2. \Rightarrow x \leq 9$ . vậy bpt có nghiệm là $x \in \left(\frac{1+\sqrt{32}}{2}; 9\right]$	0.25
<b>VI.b</b>		<b>2.0</b>
<b>1</b>		<b>1.0</b>
	Gt $\Rightarrow I(x; 4-x)$ và $AD = 2\sqrt{5}; IA = \sqrt{2x^2 - 4x + 4}; ID = \sqrt{2x^2 - 8x + 40}$	0.25
	Trong $\triangle AID$ có $\frac{IA^2 + ID^2 - AD^2}{2IA.ID} = \cos AID \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 4 \end{cases}$	0.25
	Với $x = 2$ , $IA = 2, ID = 4\sqrt{2} \Rightarrow \overrightarrow{ID} = -\frac{ID}{IB} \cdot \overrightarrow{IB} \Rightarrow B(2 + \sqrt{2}, 2 + \sqrt{2}). C(2 + 4\sqrt{2}, 2 + 4\sqrt{2})$	0.25
	+ với $x = 4$ . tương tự $\Rightarrow B(4 + 3\sqrt{2}, 2 + \sqrt{2}). C(4 + 4\sqrt{2}, -2\sqrt{2})$	0.25
<b>2</b>		<b>1.0</b>
	$A \in (d1) \Rightarrow A(4 + 2t; 1 + 2t; -t)$ $B \in (d2) \Rightarrow B(-3 + 2t'; -5 + 3t'; 7 - 2t') \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \dots\dots\dots$	0.5
	Gt $\Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB} = \vec{0} \\ A \ B \} \end{cases}$ giải hệ ta được $\begin{cases} t = \dots\dots\dots \\ t' = \dots\dots\dots \end{cases}$	0.25
	$\Rightarrow \overrightarrow{AB} = \dots\dots\dots \Rightarrow$ phương trình của $(\Delta)$ .	0.25
<b>VII.b</b>		<b>1.0</b>
	Xét hàm $f(x) = 6^{x-3} + x - 4$ - hàm số này ĐB và $f(3) = 0$ .	0.25
	$g(x) = 8^{x-2} - 1$ - hàm số này NB và $g(2) = 0$ .	0.25
	Khi đó ta có bpt trở thành: $\frac{(x-3)(x^2 + 10x + 9)}{x-2} \geq 0$ .	0.25
	Xét dấu $\Rightarrow x \in (-\infty; -9] \cup [-1; 0) \cup [3; +\infty)$	0.25

**Lưu ý:** Nếu thí sinh làm bài không theo cách nêu trong đáp án mà vẫn đúng thì được điểm từng phần như đáp án quy định.